مهارات التفكير العليا

التكامل بالكسور الجزئية

تبرير: أحل السؤالين الآتيين تباعاً:

(33) أجد: ∫dx1+ex بطريقيتين مختلفتين، إحداهما الكسور الجزئية، مبرراً أجايتي.

الحل الأول بضرب كل من البسط والمقام بـ e−x

∫11+ln−=dx1+x−e−x−e−∫−=dx1+x−ex−e∫=Cexdx+(e−x+1)

الحل الثاني بالتعويض:

u=ex⇒dudx=ex=u⇒dx=duu∫11+exdx=∫11+u×duu=∫1u(1+u
)du1u(1+u)=Au+Bu+1⇒1=A(1+u)+Buu=0⇒A=1u=−1⇒B=−
|u+1|+C⇒∫11+exdx|u|−ln1∫1u(1+u)du=∫(1u+−1u+1)du=ln
(e−x+1)+C(ex+1ex)−1+C=−ln(ex+1)+C=lnex−ln=ln

(34) أجد: ∫ln0ln211+exdx.

∫ln0ln211+exdx=lnex−ln(ex+1)ln0ln2=ln(eln2−(ln(e2+1)
433=ln4−ln2=ln3−0+ln2−ln(e0+1))=ln0−ln

(35) تبرير: أثبت أن: ∫ln=5x2−8x+12x(x−1)2dx=ln495−524−(323).

5x2−8x+12x(x−1)2=A2x+Bx−1+C(x−1)2⇒5x2−8x+1=A(x−
1)2+B(2x)(x−1)+C(2x)x=0⇒A=1x=1⇒C=−1x=−1⇒14=4A+4
B−2C⇒B=2∫495x2−8x+12x(x−1)2dx=∫49(12x+2x−1+−1(x
8+18−12ln9+2ln|x−1|+1x−1)|49=12ln|x|+2ln−1)2)dx=(12ln
3(64)2(9)−524=ln9−13=ln2−ln64+18−ln3+ln3−13=ln4−2ln
323−524

(36) تبرير: أثبت أن: ∫ln(1+4=539162xx−4dx))).

u=x⇒u2=x⇒dx=2udux=9⇒u=3x=16⇒u=4∫9162xx−4dx=∫34
2uu2−42udu=∫344u2u2−4du=∫34(4+16u2−4)du16u2−4=16
(u−2)(u+2)=Au−2+Bu+2⇒16=A(u+2)+B(u−2)u=2⇒A=4u=−
2⇒B=−4∫34(4+16u2−4)du=∫34(4+4u−2+−4u+2)du=(4u+4l
55=4+4ln1+4ln6−12−4ln2−4ln|u+2|)|34=16+4ln|u−2|−4lnn
(5353)⇒∫9162xx−4dx=4(1+ln3=4(1+ln

(37) تبرير: أثبت أن: ∫512014x2+9x+42x2+5x+3dx=2+12ln.

4x2+9x+42x2+5x+3=2−x+22x2+5x+3x+22x2+5x+3=x+2(
x+1)(2x+3)=Ax+1+B2x+3⇒x+2=A(2x+3)+B(x+1)x=−1⇒A=
1x=−32⇒B=−1∫014x2+9x+42x2+5x+3dx=∫01(2−1x+1+12
1−5−0+ln2+12ln|2x+3|)|01=2−ln|x+1|+12lnx+3)dx=(2x−ln
53)=2+12ln4−ln5−ln3=2+12(ln5−12ln4+12ln3=2−12ln12ln
12

تحد: أجد كلاً من التكاملات الآتية:

(xxdx (38+1∫

xxdxu=1+x⇒dudx=14x1+x,1+x=⇒dx=4x1+xdu=4u(u2−+1∫
1)du∫1+xxdx=∫u(u2−1)24u(u2−1)du=4u2u2−1=4+4u2−14u
2−1=4(u−1)(u+1)=Au−1+Bu+1⇒4=A(u+1)+B(u−1)u=1⇒A=
|u2u=−1⇒B=−2∫4u2u2−1du=∫(4+2u−1+−2u+1)du=4u+2ln
||u−1u+1|+C⇒∫1+xxdx=41+x+2ln|u+1|+C=4u+2ln−1|−2ln
1+x−11+x+1|+C

(x16x4−1dx (39∫

x16x4−1=x(4x2+1)(2x−1)(2x+1)=Ax+B4x2+1+C2x−1+D2x
+1⇒x=(Ax+B)(2x−1)(2x+1)+C(4x2+1)(2x+1)+D(4x2+1)(2x
−1)x=12⇒C=18x=−12⇒D=18x=0⇒0=−B+C−D⇒B=0x=1⇒1
=3A+3B+15C+5D⇒A=−12∫x16x4−1dx=∫(−12x4x2+1+182x

|2x+1|+|2x−1|+116ln(4x2+1)+116ln−1+182x+1)dx=−116ln |4x2−14x2+1|+CC=116ln

(1x−x3dx (40∫

u=x16⇒dudx⇒16x−56⇒dx=6x56du=6u5duu=x16⇒x=u6⇒x= u3,x3=u2⇒∫1x−x3dx=∫6u5u3−u2du=∫6u3u−1du=∫(6u2+6u ||u−1|+C=2x+3x3+6x6+6ln+6+6u−1)du=2u3+3u2+6u+6ln x6−1|+C