أتحقق من فهمي

التوزيع الطبيعي

المنحنى الطبيعي

أتحقق من فهمي صفحة (182):

إذا اتخذ التمثيل البياني لأطوال مجموعة من طلبة الصف السابع شكل المنحنى الطبيعي، فأجد كلاً مما يأتي:

(a) النسبة المئوية للطلبة الذين تقع أطوالهم فوق الوسط الحسابي.

النسبة المئوية للطلبة الذين تقع أطوالهم فوق الوسط الحسابي هي 50% وذلك من خواص منحنى التوزيع الطبيعي (تماثل البيانات حول الوسط الحسابي).

(b) النسبة المئوية للطلبة الذين لا يزيد البعد بين أطوالهم والوسط الحسابي على انحراف معياري واحد.

النسبة المئوية للطلبة الذين لا يزيد البعد بين أطوالهم و الوسط الحسابي على انحراف معياري واحد هي 68% وذلك بالاستناد للقاعدة التجريبية مباشرة.

(c) النسبة المئوية للطلبة الذين تقل أطوالهم عن الحسابي بمقدار لا يزيد على انحرافين معياريين.

النسبة المئوية للطلبة الذين تقل أطوالهم عن الوسط الحسابي بمقدار لا يزيد على انحرافين معياريين هي (95%)، (أو 34%+13.5%=47.5%).

(d) النسبة المئوية للطلبة الذين تقل أطوالهم عن الوسط الحسابي بمقدار لا يزيد على ثلاثة انحرافات معيارية، أو تزيد عليه بمقدار لا يزيد على انحرافين معياريين.

النسبة المئوية للطلبة الذين تقل أطوالهم عن الوسط الحسابي بمقدار لا يزيد على ثلاثة انحرافات معيارية، أو تزيد عليه بمقدار لا يزيد على انحرافين معياريين هي:

97.35%=(95%)12+(99.7%)12

المتغير العشوائي الطبيعي والتوزيع الطبيعي

أتحقق من فهمي صفحة (184):

صناعة: إذا دلّ المتغير العشوائي X على طول قطر رأس مثقب (بالمليمتر) تنتجه آلة في مصنع، حيث: $X \sim N(30,0.42)$، فأجد كلاً مما يأتي:

a) $P(X>30)$

$P(X>30)=P(X>\mu)=0.5$

b) $P(29.6<X<30.4)$

$P(29.6<X<30.4)=P(\mu-\sigma<X<\mu+\sigma)=0.68$

c) $P(29.2<X<30)$

$P(29.2<X<30)=P(\mu-2\sigma<X<\mu)=12(95\%)=47.5\%=0.475$

d) $P(29.2<X<30.4)$

$P(29.2<X<30.4)=P(\mu-2\sigma<X<\mu+\sigma)=12(0.95)+12(0.68)=0.815$

التوزيع الطبيعي المعياري

أتحقق من فهمي صفحة (187):

أجد كلاً مما يأتي، مستعملاً جدول التوزيع الطبيعي المعياري:

a) $P(Z<1.5)$

$P(Z<1.5)=0.9332$

b) $P(Z>0.61)$

$P(Z>0.61)=1-P(Z<0.61)=1-0.7291=0.2709$

c) $P(Z<-0.43)$

P(Z<−0.43)=1−P(Z<0.43)=1−0.6664=0.3336

(P(Z>−3.23) (d

P(Z>−3.23)=P(Z<3.23)=0.9994

(P(−1.4<Z<2.07) (e

P(−1.4<Z<2.07)=P(Z<2.07)−P(Z<−1.4)=P(Z<2.07)−(1−P(Z<1.4))
=P(Z<2.07)+P(Z<1.4)−1=0.9808+0.9192−1=0.9000

إيجاد احتمال المتغير العشوائي الطبيعي (غير المعياري)

أتحقق من فهمي صفحة (189):

إذا كان X~N(7,32)، فأجد كل احتمال مما يأتي، مستعملاً جدول التوزيع الطبيعي المعياري:

(P(X<−2) (a

P(X<−2)=P(Z<−2−73)=P(Z<−3)=1−P(Z<3)=1−0.9987=0.0013

(P(X>10) (b

P(X>10)=P(Z>10−73)=P(Z>1)=1−P(Z<1)=1−0.8413=0.1587

(P(4<X≤13) (c

P(4<X<13)=P(4−73<Z<13−73)=P(−1<Z<2)=P(Z<2)−P(Z<−1)=P(Z<2)−(1−P(Z<1))=p(Z<2)+p(Z<1)−1=0.9772+0.8413−1=0.8185

أتحقق من فهمي صفحة (190):

أطوال: توصلت دراسة إلى أن أطوال النساء في إحدى المدن تتبع توزيعاً طبيعياً، وسطه الحسابي 165cm، وانحرافه المعياري 3cm. إذا اختيرت امرأة عشوائياً، فأجد كلاً مما يأتي:

(a) احتمال أن يكون طول المرأة أقل من 162cm.

$P(X<162)=P(Z<162-1653)=P(Z<-1)=1-P(Z<1)=1-0.8413=0.1587$

(b) احتمال أن يكون طول المرأة أكثر من 171cm.

$P(X>171)=P(Z>171-1653)=P(Z>2)=1-P(Z<2)=1-0.9772=0.0228$

(c) احتمال أن يكون طول المرأة بين 162cm و171cm.

$P(162<X<171)=P(162-1653<Z<171-1653)=P(-1<Z<2)=P(Z<2)-P(Z<-1)=P(Z<2)-(1-P(Z<1))=P(Z<2)+P(Z<1)-1=0.9772+0.8413-1=0.8185$

إيجاد قيمة المتغير العشوائي إذا علم الاحتمال

أتحقق من فهمي صفحة (194):

إذا كان X متغيراً عشوائياً طبيعياً، وسطه الحسابي 3-، وانحرافه المعياري 4، فأجد قيمة x التي تحقق الاحتمال المعطى في كل مما يأتي:

a) $P(X<x)=0.9877$

$P(X<x)=0.9877 \Rightarrow P(Z<z)=0.9877 \Rightarrow z=2.25 \Rightarrow x+34=2.25 \Rightarrow x=6$

b) $P(X<x)=0.31$

$P(X<x)=0.31 \Rightarrow P(Z<z)=0.31$

الاحتمال المعطى (0.31) يمثل المساحة التي تقع يسار القيمة z وهو أقل من 0.5، إذن: z سالبة

$P(Z<-z)=1-P(Z<z)0.31=1-P(Z<z) \Rightarrow P(Z<z)=0.69 \Rightarrow z=0.5 \Rightarrow$

إذن، قيمة z التي تقابل الاحتمال 0.31 هي 0.5-

$x+34=-0.5 \Rightarrow x=-5 \Rightarrow$

c) $P(X>x)=0.9738$

$P(X>x)=0.9738 \Rightarrow P(Z>z)=0.9738$

الاحتمال المعطى (0.9738) يمثل المساحة التي تقع يمين القيمة z وهو أكبر من 0.5، إذن: x+34 سالبة

$P(Z>-Z)=0.9738 \Rightarrow P(Z<z)=0.9738 \Rightarrow z=1.94 \Rightarrow$

إذن، قيمة z التي تقابل الاحتمال $P(Z>z)=0.9738$ هي 1.94-

$x+34=-1.94 \Rightarrow x=-10.76 \Rightarrow$

(P(X>x)=0.2 (d

$P(X>x)=0.2 \Rightarrow P(Z>Z)=0.2$

الاحتمال المعطى (0.2) يمثل المساحة التي تقع يمين القيمة z وهو أقل من 0.5، إذن: z موجبة

$P(Z<z)=1-0.2=0.8 \Rightarrow z=0.84 \Rightarrow x+34=0.84 \Rightarrow x=0.36 \Rightarrow$

إيجاد الوسط الحسابي أو الانحراف المعياري إذا علم الاحتمال

أتحقق من فهمي صفحة (196):

يمثل $X \sim N(4.5,\sigma 2)$ المتغير العشوائي الطبيعي لكتل أكياس السكر (بالكيلوغرام) التي ينتجها أحد المصانع. إذا زادت كتلة 3% فقط منها على 4.8kg، فأجد الانحراف المعياري لكتل أكياس السكر.

$P(X>4.8)=0.03 \Rightarrow P(Z>Z)=0.03$

الاحتمال المعطى (0.03) يمثل المساحة التي تقع يمين القيمة z وهو أقل من 0.5، إذن: z موجبة

$P(Z<z)=1-0.03=0.97 \Rightarrow z=1.88 \Rightarrow 4.8-4.5\sigma=1.88 \Rightarrow \sigma=0.31.88 \approx 0.16 \Rightarrow$