أتدرب وأحل المسائل

التوزيع الهندسي وتوزيع ذي الحدين

إذا كان: $X \sim Geo(0.2)$، فأجد كلاً مما يأتي، مقرباً إجابتي إلى أقرب 3 منازل عشرية:

1) $P(X=2)$

$P(X=2)=p(1-p)2-1=(0.2)(0.8)1=0.16$

2) $P(X=10)$

$P(X=10)=p(1-p)10-1=(0.2)(0.8)9\approx 0.027$

3) $P(X\geq 3)$

$P(X\geq 3)=1-P(X<3)=1-(P(X=1)+P(X=2))=1-((0.2)(0.8)0+(0.2)(0.8)1)=1-0.36=0.64$

4) $P(2<X\leq 5)$

$P(2<X\leq 5)=P(X=3)+P(X=4)+P(X=5)=(0.2)(0.8)2+(0.2)(0.8)3+(0.2)(0.8)4=(0.2)(0.8)2(1+0.8+(0.8)2)=0.2(0.64)(2.44)\approx 0.312$

5) $P(X<2)$

$P(X<2)=P(X=1)=(0.2)(0.8)0=0.2$

6) $P(X\leq 4)$

$P(X\leq 4)=P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)+P(X=4)=(0.2)(0.8)0+(0.2)(0.8)1+(0.2)(0.8)2+(0.2)(0.8)3\approx 0.590$

7) $P(1\leq X<2)$

$P(1\leq X<2)=P(X=1)=(0.2)(0.8)0=0.2$

8) $P(3\leq X\leq 6)$

$P(3\leq X\leq 6)=P(X=3)+P(X=4)+P(X=5)+P(X=6)=(0.2)(0.8)2+(0.2)(0.8)3+(0.2)(0.8)4+(0.2)(0.8)5\approx 0.378$

(9) ألقي حجر نرد منتظم ذو ثمانية أوجه مرقمة بالأرقام من 1 إلى 8 بشكل متكرر حتى ظهور العدد 7. أجد احتمال إلقاء حجر النرد 6 مرات.

إذا كان X عدد مرات إلقاء الحجر حتى ظهور 7 لأول مرة، فإن:

$(18)P(X=6)=(18)(78)5=0.064X\sim Geo$

(10) أطلق عماد رصاصة نحو هدف بصورة متكررة، ثم توقف بعد إصابته الهدف. إذا كان احتمال إصابته الهدف في كل مرة هو 0.7، فما احتمال أن يصيبه أول مرة في المحاولة العاشرة؟

إذا كان X عدد مرات الإطلاق حتى أول إصابة، فإن:

$(0.7)P(X=10)=(0.7)(0.3)9\approx0.00001378=1.378\times10-5X\sim Geo$

(11) أحياء: في دراسة لعالمة أحياء على خنافس في إحدى الحدائق، توصلت العالمة إلى أن واحدة من كل 12 خنفساء لديها جسم برتقالي. إذا بدأت العالمة جمع الخنافس عشوائياً على أن تتوقف عند إيجاد أول خنفساء جسمها برتقالي، فأجد احتمال أن تتوقف عن جمع الخنافس عند جمعها 20 خنفساء.

إذا كان X عدد الخنافس التي نجمعها حتى نحصل على أول خنفساء برتقالية، فإن:

$(112)P(X=20)=(112)(1112)19\approx0.016X\sim Geo$

(12) إصلاح سيارات: أصلح عبد الله محرك إحدى السيارات، لكنه لم يستطع تجربة تشغيله إلا مرة واحدة كل 20 دقيقة نتيجة خلل كهربائي. إذا كان احتمال أن يعمل المحرك عند محاولة تشغيله هو 0.4، فما احتمال أن يعمل المحرك أول مرة بعد مضي أكثر من ساعة على محاولة إصلاحه؟

إذا كان X عدد محاولات تشغيل المحرك حتى يشتغل لأول مرة، فإن:

$(0.4)P(t>1)=P(X>3)=1-P(X\leq3)=1-(P(X=1)+P(X=2))=1-((0X\sim Geo$
$.4)(0.6)0+(0.4)(0.6)1)=1-(0.4+0.24)=1-0.64=0.36$

إذا كان احتمال إصابة شخص ما بأعراض جانبية بعد تناوله دواء معيناً هو 0.25، وقرر طبيب إعطاء مرضاه هذا الدواء إلى حين ظهور أول إصابة بأعراضه الجانبية، فأجد كلاً مما يأتي:

(13) احتمال أن يتوقف الطبيب عن إعطاء المرضى الدواء عند تناول 10 مرضى هذا الدواء.

إذا كان X عدد المرضى الذين سيعطون الدواء حتى تظهر أول أعراض جانبية، فإن:

$(14)P(X=10)=(14)(34)9\approx 0.019X\sim Geo$

(14) احتمال أن يزيد عدد المرضى الذين سيتناولون الدواء على 3 مرضى.

$P(X>3)=1-P(X\leq 3)=1-(P(X=1)+P(X=2)+P(X=3))=-((14)(34)0+(14)(34)1+(14)(34)2)=1-14(1+34+916)=1-3764=2764$

(15) العدد المتوقع للمرضى الذين سيتناولون الدواء إلى حين ظهور أول إصابة بأعراض الدواء الجانبية.

$E(X)=1p=114=4$

إذن، يتوقع تناول 4 مرضى لهذا الدواء حتى ظهور أول إصابة بأعراض الدواء الجانبية.

إذا كان: $X\sim B(10,0.3)$، فأجد كلاً مما يأتي، مقرباً إجابتي إلى أقرب 3 منازل عشرية:

16) $P(X=2)$

$P(X=2)=(102)(0.3)2(0.7)8\approx 0.233$

17) $P(X\geq 9)$

$P(X\geq 9)=P(X=9)+P(X=10)=(109)(0.3)9(0.7)1+(1010)(0.3)10(0.7)0\approx 0.000144\approx 0.000$

(P(X≤8) (18

$P(X\leq8)=1-P(X>8)=1-(P(X=9)+P(X=10))\approx0.99985\approx1$

(P(1<X≤4) (19

$P(1<X\leq4)=P(X=2)+P(X=3)+P(X=4)=(102)(0.3)2(0.7)8+(103)(0.3)3(0.7)7+(104)(0.3)4(0.7)6\approx0.2334+0.2668+0.2001\approx0.700$

(P(X>1) (20

$P(X>1)=1-P(X\leq1)=1-(P(X=0)+P(X=1))=1-((100)(0.3)0(0.7)10+(101)(0.3)1(0.7)9)\approx1-(0.0282+0.1211)\approx0.851$

(P(X<4) (21

$P(X<4)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)=(100)(0.3)0(0.7)10+(101)(0.3)1(0.7)9+(102)(0.3)2(0.7)8+(103)(0.3)3(0.7)7\approx0.0282+0.1211+0.2334+0.2668\approx0.650$

(P(0≤X<3) (22

$P(0\leq X<3)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)=(100)(0.3)0(0.7)10+(101)(0.3)1(0.7)9+(102)(0.3)2(0.7)8\approx0.0282+0.1211+0.2334\approx0.383$

(P(3≤X≤6) (23

$P(3\leq X\leq6)=P(X=3)+P(X=4)+P(X=5)+P(X=6)=(103)(0.3)3(0.7)7+(104)(0.3)4(0.7)6+(105)(0.3)5(0.7)5+(106)(0.3)6(0.7)4\approx0.0.2668+0.2001+0.1029+0.0368\approx0.607$

أجد التوقع لكل من المتغيرين العشوائيين الآتيين:

((0.3) (24X~Geo

$E(X)=1p=10.3=103$

(X~Geo(37) (25

E(X)=1p=137=73

أجد التوقع والتباين لكل من المتغيرين العشوائيين الآتيين:

(X~B(5,0.1) (26

(X)=np(1−p)=(5)(0.1)(0.9)=0.45E(X)=np=(5)(0.1)=0.5Var

(X~B(20,38) (27

(X)=np(1−p)=(20)(38)(58)=7516E(X)=np=(20)(38)=152=7.5Var

(28) في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم 9 مرات، أجد احتمال ظهور عدد زوجي 5 مرات.

إذا كان X يدل على عدد الأعداد الزوجية التي ستظهر، فإن:

(X~B(9,12

حيث أن احتمال النجاح كل مرة هو p حيث:

p=36=12P(X=5)=(95)(12)5(12)4=126(12)9=126512=63256≈0.246

طيران: يواجه الطيارون صعوبة في الرؤيا باحتمال 0.25 عند الهبوط بالطائرات في أحد المطارات خلال فصل الشتاء بسبب سوء الأحوال الجوية. إذا هبط طيار 20 مرة في هذا المطار شتاء، فأجد كلاً مما يأتي:

(29) احتمال أن يواجه الطيار صعوبة في الرؤيا خلال الهبوط في ثلاث مرات فقط.

إذا كان X يدل على عدد المرات التي يواجه الطيار فيها صعوبة في الرؤيا، فإن:

X~B(20,14)P(X=3)=(203)(14)3(34)17≈0.134

(30) احتمال أن يواجه الطيار صعوبة في الرؤيا خلال الهبوط في ثلاث مرات على الأقل.

P(X≥3)=1−P(X<3)=1−(P(X=0)+P(X=1)+P(X=2))=1−((200)(14)0(34)20+(201)(14)1(34)19+(202)(14)2(34)18)≈0.909

(31) احتمال أن يواجه الطيار صعوبة في الرؤيا خلال الهبوط في المرات جميعها.

P(X=20)=(2020)(14)20(34)0=(14)20

(32) العدد المتوقع من المرات التي سيواجه فيها الطيار صعوبة في الرؤيا خلال عملية الهبوط.

E(X)=np=(20)(14)=5

إذن، يتوقع أن يواجه الطيار صعوبة في الرؤيا 5 مرات.

(33) إذا كان X متغيراً عشوائياً ذا حدين، وكان: E(X)=1.4,Var(X)=1.12، فأجد P(X≥6).

(X)=1.12⇒np(1−p)=1.E(X)=1.4⟹np=1.4.............................(1)Var12...............(2)⇒np(1−p)np=1.121.4=45⇒5−5p=4⇒p=15,n=7P(X≥6)=P(X=6)+P(X=7)=(76)(15)6(45)1+(77)(15)7(45)0=28(15)7+(15)7=29(15)7=2978125≈0.0003712

(34) إذا كان: X∼Geo(p)، وكان: E(X)=43، فأجد قيمة p.

E(X)=1p=43⇒p=34

(35) إذا كان: X∼B(21,p)، وكان: P(X=10)=P(X=9)، فأجد قيمة p.

P(X=10)=P(X=9)(2110)p10(1−p)11=(219)p9(1−p)12

بقسمة الطرفين على p9(1−p)11 ينتج أن:

p=(219)(1−p)21!11!10!p=21!12!9!(1−p)⇒12p=10(1−p)⇒6p(2110)=5−5p⇒p=511

في دراسة لمندوب مبيعات، تبين أن احتمال شراء شخص منتجاً ما بعد التواصل معه هو 0.1. إذا تواصل مندوب المبيعات مع 10 أشخاص، وكان ثمن المنتج 10 JD، فأجد كلاً مما يأتي:

(36) احتمال أن يشتري جميع الأشخاص المنتج.

إذا كان X يدل على عدد الأشخاص الذين يشترون المنتج، فإن:

$X\sim B(10,0.1)P(X=10)=(1010)(0.1)10(0.9)0=(0.1)10=10-10$

(37) احتمال أن يكون عائد المبيعات أكثر من JD 80.

ليكن R عائد المبيعات، إذن: $R=10X$

$P(R>80)=P(X>8)=P(X=9)+P(X=10)=(109)(0.1)9(0.9)1+(1010)(0.1)10(0.9)0=(0.1)10(10\times 9+1)=91\times 10-10$