

إجابات كتاب التمارين

قوانين اللوغاريتمات

$\log_a 7 \approx 0.936$ إذا كان: , وكان: $\log_a 3 \approx 0.528$, فأجد كلاً ممّا يأتي:

(1) $\log_a 37$

$$\log_a 37 = \log_a 3 - \log_a 7 \approx 0.528 - 0.936 \approx -0.408$$

(2) $\log_a 21$

$$\log_a 21 = \log_a 3 \times 7 = \log_a 3 + \log_a 7 \approx 0.528 + 0.936 \approx 1.464$$

(3) $\log_a 3 \log_a 7$

$$\log_a 3 \log_a 7 \approx 0.528 \times 0.936 \approx 0.528936 \approx 0.56$$

(4) $\log_a 17$

$$\log_a 17 = \log_a 1 - \log_a 7 \approx 0 - 0.936 \approx -0.936$$

(5) $\log_a 441$

$$\log_a 441 = \log_a 21^2 = 2 \log_a 21 = 2 \log_a (3 \times 7) = 2(\log_a 3 + \log_a 7) \approx 2(0.528 + 0.936) \approx 2 \times 1.464 \approx 2.928$$

(6) $\log_a 4927$

$$\log_a 4927 = \log_a 49 - \log_a 27 = \log_a 7^2 - \log_a 3^3 = 2 \log_a 7 - 3 \log_a 3 \approx 2(0.936) - 3(0.528) \approx 1.872 - 1.584 \approx 0.288$$

(7) $\log_a (7a^2)$

$$\log_a (7a^2) = \log_a 7 + \log_a a^2 = \log_a 7 + 2 \log_a a \approx 0.936 + 2 \approx 2.936$$

(8) $\log_a 814$

$$\log_a 814 = \log_a 3^4 = \log_a 3 \approx 0.528$$

(9) $(\log_a 3)(\log_a 7)$

$$(\log_3 7)(\log_7 3) \approx 0.528 \times 0.936 \approx 0.494$$

أكتب كل مقدار لوغاريتمي ممّا يأتي بالصورة المطولة، علماً بأنّ المتغيرات جميعها تُمثل أعداداً حقيقية موجبة:

(10) $\log_a x^7$

$$\log_a x^7 = 7 \log_a x$$

(11) $\log_a(acb)$

$$\log_a(acb) = \log_a a^c - \log_a b = \log_a a + \log_a c - \log_a b = 1 + \log_a c - \log_a b$$

(12) $\log_a(x)$

$$\log_a(x) = \log_a x^{1/2} = \frac{1}{2} \log_a x$$

(13) $\log_a(xyz)$

$$\log_a(xyz) = \log_a xy - \log_a z = \log_a(xy)^{1/2} - \log_a z = \log_a x^{1/2} y^{1/2} - \log_a z = \frac{1}{2} \log_a x + \frac{1}{2} \log_a y - \log_a z$$

(14) $\log_a 1x^3y^4$

$$\log_a 1x^3y^4 = \log_a 1 - \log_a x^3y^4 = \log_a 1 - (\log_a x^3 + \log_a y^4) = 0 - (3 \log_a x + 4 \log_a y) = -3 \log_a x - 4 \log_a y$$

(15) $\log_a 128x^7$

$$\log_a 128x^7 = \log_a 128^7 \times x^7 = \log_a 2^7 x = 7 \log_a 2 + \log_a x$$

(16) $\log_a(x-1y^2)^4(x^5y-2)^3$

$$\log_a(x-1y^2)^4(x^5y-2)^3 = \log_a x - 4 \log_a y^2 + 5 \log_a x - 6 \log_a 2 = \log_a x - 8 \log_a y + 5 \log_a x - 6 \log_a 2 = 6 \log_a x - 8 \log_a y - 6 \log_a 2$$

(17) $\log_a x^2y^3z^3$

$$\log_a x^2y^3z^3 = \log_a x^2y^3z^3 = \log_a xy^3z^3 - \log_a z^3 = \log_a x + 3 \log_a y - 3 \log_a z$$

$$\log_3 32 - \log_3 z = \log_3 x + 32 \log_3 y - 32 \log_3 z$$

$$(18) \log_a(x-y+z)^9, y-x < z$$

$$\log_a(x-y+z)^9 = 9 \log_a(x-y+z)$$

أكتب كل مقدار لوغاريتمي ممّا يأتي بالصورة المختصرة، علماً بأنّ المتغيرات جميعها تُمثل أعداداً حقيقية موجبة:

$$(19) \log_a x - \log_a y$$

$$\log_a x - \log_a y = \log_a \frac{x}{y}$$

$$(20) \log_b(b-1) + 2 \log_b b, b > 1$$

$$\log_b(b-1) + 2 \log_b b = \log_b(b-1) + \log_b b^2 = \log_b b^2(b-1)$$

$$(21) \log_a x - \log_a 1x$$

$$\log_a x - \log_a 1x = \log_a \frac{x}{1x} = \log_a 1$$

$$(22) \log_a(x^2-25) - \log_a(x+5), x > 5$$

$$\log_a(x^2-25) - \log_a(x+5) = \log_a \frac{(x^2-25)}{(x+5)} = \log_a \frac{(x-5)(x+5)}{(x+5)} = \log_a(x-5)$$

$$(23) 3 \log_b 1 - \log_b b$$

$$3 \log_b 1 - \log_b b = 3(0) - 1 = -1$$

$$(24) 8 \log_b x + 4 \log_b y - 12 \log_b z$$

$$8 \log_b x + 4 \log_b y - 12 \log_b z = \log_b x^8 + \log_b y^4 - \log_b z^{12} = \log_b x^8 y^4 - \log_b z^{12} = \log_b x^8 y^4 z^{-12} = \log_b x^8 y^4 z^{-12}$$

(25) إيرادات: يمثل الاقتران: $T(a) = 10 + 20 \log_6(a+1)$ مبيعات شركة (بآلاف الدنانير) من منتج جديد، حيث a المبلغ (بآلاف الدنانير) الذي تنفقه الشركة على إعلانات

المنتج، و $a \geq 0$. وتعني القيمة: $T(1) \approx 17.7$ أن إنفاق JD 1000 على الإعلانات يحقق إيرادات قيمتها JD 177000 من بيع المنتج. أجد قيمة إيرادات الشركة بعد إنفاقها مبلغ 11 ألف دينار على الإعلانات، علماً بأن $\log_6 2 \approx 0.3869$.

$$T(a) = 10 + 20 \log_6(a+1) \quad f(11) = 10 + 20 \log_6(11+1) = 10 + 20 \log_6(12) = 10 + 20 \log_6(6 \times 2) = 10 + 20(\log_6 6 + \log_6 2) \approx 10 + 20(1 + 0.3869) \approx 10 + 20(1.3869) \approx 10 + 27.738 \approx 37.738$$

JD 11000 قيمة إيرادات الشركة بعد إنفاقها مبلغ على الإعلانات هو JD 37738 .