

إجابات كتاب التمارين

المعادلات الأسية

أستعمل الآلة الحاسبة لإيجاد قيمة كلِّ ممَّا يأتي، مقرباً إجابتي إلى أقرب جزء من عشرة:

(1) $\log 7$

$\log 7 \approx 0.845$

(2) $\log (1.5 \times 10^{-4})$

$\log(1.5 \times 10^{-4}) \approx -3.824$

(3) $\ln 2.3$

$\ln 2.3 \approx 0.833$

(4) $\log_2 15$

$\log_2 15 = \frac{\log 15}{\log 2} \approx 3.907$

(5) $\log_5 e^7$

$\log_5 e^7 = \frac{7 \ln e}{\ln 5} \approx 4.321$

(6) $\ln 7$

$\ln 7 \approx 1.946$

أجد قيمة كلِّ ممَّا يأتي، مقرباً إجابتي إلى أقرب جزء من مئة (إن لزم):

(7) $\log_5 27$

$\log_5 27 = \frac{\log 27}{\log 5} \approx 2.054$

(8) $\log_{14} 19$

$$\log 14 \cdot 19 = \log 19 \log 14 = \log 19 - \log 4 \approx -2.12$$

(9) $\log_7 8$

$$\log_7 8 = \log 8 \log 7 \approx 1.07$$

(10) $\log_8 18$

$$\log_8 18 = -1$$

(11) $\log 10000$

$$\log 10000 = 4$$

(12) $\log_3 18$

$$\log_3 18 = \log 18 \log 3 \approx 2.63$$

أحل المعادلات الأسية الآتية، مقرباً إجابتني إلى أقرب 4 منازل عشرية:

(13) $5^x = 20$

$$x = \log_5 20 = \log 20 \log 5 \approx 2.9746$$

(14) $-4e^{4x} = -64$

$$e^{4x} = 16 \Rightarrow 4x = \ln 16 \Rightarrow x = \frac{1}{4} \ln 16 \approx 0.9631$$

(15) $3^{2x+1} = 75^x$

$$\log 3^{2x+1} = \log 75^x \Rightarrow (2x+1) \log 3 = 5x \log 7 \Rightarrow 2x \log 3 + \log 3 = 5x \log 7 \Rightarrow 2x \log 3 - 5x \log 7 = -\log 3 \Rightarrow x(2 \log 3 - 5 \log 7) = -\log 3 \Rightarrow x = \frac{-\log 3}{2 \log 3 - 5 \log 7} \approx -0.1459$$

(16) $64^x + 2(8^x) - 3 = 0$

$$(8^x)^2 + 2(8^x) - 3 = 0 \Rightarrow u^2 + 2u - 3 = 0 \Rightarrow (u+3)(u-1) = 0 \Rightarrow u = -3 \text{ or } u = 1 \Rightarrow 8^x = -3 \text{ or } 8^x = 1 \Rightarrow x = 1$$

$x = -3$ المعادلة 8 ليس لها حل؛ لأن $8^x > 0$ لجميع قيم x .

$$8^x = 1 \rightarrow x = \log_8 1 = 0$$

$$(17) 7(4)^x = 49$$

$$x = \log_4 \frac{49}{7} = \log_4 7 = \log_4 7 \approx 1.4037$$

$$(18) 21^{x-1} = 37^{x+1}$$

$$\begin{aligned} \log 21^{x-1} &= \log 37^{x+1} \\ (x-1)\log 21 &= (x+1)\log 37 \\ x\log 21 - \log 21 &= x\log 37 + \log 37 \\ x\log 21 - x\log 37 &= \log 37 + \log 21 \\ x(\log 21 - \log 37) &= \log 37 + \log 21 \\ x &= \frac{\log 37 + \log 21}{\log 21 - \log 37} \approx -0.8918 \end{aligned}$$