إجابات كتاب التمارين

قاعدة السلسلة

أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي:

(1) f(x)=4x−1

f′(x)=424x−1=24x−1

(2) f(x)=33−x2

f(x)=3(3−x2)−12f′(x)=−32(3−x2)−32(−2x)=3x(3−x2)3

(3) f(x)=(3+4x)52

f′(x)=52(3+4x)32(4)=10(3+4x)32

(4) f(x)=(8−x)100

f′(x)=100(8−x)99(−1)=−100(8−x)99

(5) f(x)=x2+(200−x)2

f′(x)=2x+2(200−x)1(−1)=2x−2(200−x)=2x−400+2x=4x−400

(6) f(x)=(x+5)7+(2x+3)6

f′(x)=7(x+5)6(1)+6(2x+3)5(2)=7(x+5)6+12(2x+3)5

(7) f(x)=x5+6x3

f(x)=(x5+6x)13f′(x)=13(x5+6x)−23(5x4+6)=5x4+63(5x4+6x)23

(8) f(x)=1(x2−3)3

f(x)=(x2−3)−3f′(x)=−3(x2−3)−4(2x)=−6x(x2−3)4

(9) f(x)=12x2+16−x2

f′(x)=x+−2x216−x2=x−x16−x2

أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي عند قيمة x المعطاة:

(10) $f(x)=4x3+(x-2)4$, $x=2$

$f'(x)=12x2+4(x-2)3f'(2)=12(4)+4(2-2)3=48$

(11) $f(x)=x2+8x$, $x=8$

$f'(x)=2x+82x2+8x=x+4x2+8xf'(8)=8+464+64=12128=1282=322$

أستعمل قاعدة السلسلة في إيجاد $\frac{dy}{dx}$ لكلّ ممّا يأتي:

(12) $y=u3-7u2$, $u=x2+3$

$dydu=3u2-14ududx=2xdydx=dydu\times dudx=(3u2-14u)\times 2x=6x(x2+3)2-28x(x2+3)$

(13) $y=7-3u$, $u=x2-9$

$dydu=-327-3ududx=2xdydx=dydu\times dudx=-327-3u\times 2x=-3x7-3(x2-9)=-3x34-3x2$

أستعمل قاعدة السلسلة في إيجاد $\frac{dy}{dx}$ لكلّ ممّا يأتي عند قيمة x المعطاة:

(14) $f(x)=u3-5(u3-7u)2$, $u=x$, $x=4$

$dydu=3u2-10(u3-7u)(3u2-7)dudx=12x$

عندما $x = 4$ ، فإن $u = 2$

$dydx|x=4=dydu|u=2\times dudx|x=4dydu|u=2=3(4)-10(8-14)(12-7)=312dudx|x=4=14dydx|x=4=312\times 14=78$

(15) $f(x)=2u3+3u2$, $u=x+x$, $x=1$

$dydu=6u2+6ududx=1+12x$

عندما $x = 1$ ، فإن $u = 2$

$dydx|x=1=dydu|u=2\times dudx|x=1dydu|u=2=6(4)+6(2)=36dudx|x=1=1+12=32dydx|x=1=36\times32=54$

تلوث: توصلت دراسة بيئية إلى نمذجة مقدار التلوث في إحدى البحيرات باستعمال الاقتران: $P(t)=(t14+3)3$ ، حيث t الزمن بالسنوات، علماً بأنّ P يقاس بأجزاء من المليون:

(16) أجد معدل تغير مقدار التلوث في البحيرة بالنسبة إلى الزمن t .

$P'(t)=3(t14+3)2\times14t-34=3(t14+3)24t34$

(17) أجد معدل تغير مقدار التلوث في البحيرة بعد 16 عاماً.

$P'(16)=3(2+3)24(8)=7532\approx2.34$

إذا كان: $h'(5)=6$, $h(5)=-2$, $g'(-2)=4$, $g(-2)=8$ فأجد مشتقة كل اقتران مما يأتي عندما $x = 5$:

(18) $f(x)=g(h(x))$

$f'(x)=g'(h(x))\times h'(x)f'(5)=g'(h(5))\times h'(5)=g'(-2)\times6=4\times6=24$

(19) $f(x)=4(h(x))2$

$f'(x)=8(h(x))\times h'(x)f'(5)=8(h(5))\times h'(5)=8\times-2\times6=-96$