

## أتحقق من فهمي

### التكامل بالتعويض

#### التكامل بالتعويض للتكاملات غير المحدودة

أتحقق من فهمي صفحة (58):

أجد كلاً من التكاملات الآتية:

$$(6x^2(2x^3-3)^4 dx) \quad (a)$$

$$6x^2(2x^3-3)^4 dx \quad u=2x^3-3 \Rightarrow du/dx=6x^2 \Rightarrow dx=du/6x^2 \int 6x^2(2x^3-3)^4 dx = \int 6x^2 u^4 \times du/6x^2 = \int u^4 du = \frac{1}{5}u^5 + C = \frac{1}{5}(2x^3-3)^5 + C$$

$$(xe^{x^2+1} dx) \quad (b)$$

$$xe^{x^2+1} dx \quad u=x^2+1 \Rightarrow du/dx=2x \Rightarrow dx=du/2x \int xe^{x^2+1} dx = \int xe^u \times du/2x = \frac{1}{2} \int e^u du = \frac{1}{2}e^u + C = \frac{1}{2}e^{x^2+1} + C$$

$$(4x+8)^2 x^2 + 8x dx \quad (c)$$

$$4x+8 \quad u=2x^2+8x \Rightarrow du/dx=4x+8 \Rightarrow dx=du/(4x+8) \int (4x+8)^2 x^2 + 8x dx = \int (4x+8) u \times du/(4x+8) = \int u du = \frac{1}{2}u^2 + C = \frac{1}{2}(2x^2+8x)^2 + C$$

$$(xe^{x^2+1} dx) \quad (d)$$

$$x^2 dx = \int u^2 x \times x du = \int u^2 du = \frac{1}{3}u^3 + C = \frac{1}{3}(\ln x)^3 + C$$

$$((x^4-5) dx) \quad (e)$$

$$(x^4-5) dx = (x^4-5) dx \quad u=x^4-5 \Rightarrow du/dx=4x^3 \Rightarrow dx=du/4x^3 \int (x^4-5) dx = \int (x^4-5) du/4x^3 = \int 14 \cos u du = 14 \sin u + C = 14 \sin(x^4-5) + C$$

$$(x dx) \quad (f)$$

$$x dx = \int u^4 \sin x \times dx = \int u^4 \cos x dx \Rightarrow dx=du/\sin x \Rightarrow du/dx = -\sin x \Rightarrow dx = -du/\sin x \int u^4 \sin x dx = \int -u^4 du = -\frac{1}{5}u^5 + C = -\frac{1}{5}(\cos x)^5 + C$$

أتحقق من فهمي صفحة (60):

تجارة: يمثل الاقتران  $p(x)$  سعر القطعة الواحدة (بالدينار) من منتج معين، حيث  $x$  عدد القطع المباعة (بالمئات) من المنتج، إذا كان  $p'(x) = -300x(36+x^2)^3$  هو معدل التغير في سعر القطعة الواحدة من المنتج، فأجد  $p(x)$ ، علماً بأن سعر القطعة الواحدة JD75 عندما يكون عدد القطع المباعة 800 قطعة.

أولاً نجد تكامل الاقتران:

$$P(x) = \int -300x(36+x^2)^3 dx \quad u = 36+x^2 \Rightarrow du = 2x dx \Rightarrow dx = \frac{du}{2x}$$

$$P(x) = \int -300x(36+x^2)^3 \frac{du}{2x} = -150 \int u^3 du = -150 \left( \frac{u^4}{4} \right) + C = -37.5u^4 + C$$

$$P(x) = -37.5(36+x^2)^4 + C$$

بما أن سعر القطعة الواحدة هو 75 ديناراً عندما يكون عدد القطع المباعة 800 قطعة، إذن  $P(8) = 75$  ومنه:

$$P(x) = -37.5(36+x^2)^4 + C$$

$$P(8) = -37.5(36+64)^4 + C = 75$$

$$C = 75 + 37.5(100)^4$$

$$P(x) = -37.5(36+x^2)^4 + 75 + 37.5(100)^4$$

التكامل بالتعويض للتكاملات المحدودة

أتحقق من فهمي صفحة (62):

أجد كلاً من التكاملات الآتية:

$$\int_0^1 x^2(x^3-1)^4 dx \quad (a)$$

$$\int_0^1 x^2(x^3-1)^4 dx \quad u = x^3-1 \Rightarrow du = 3x^2 dx \Rightarrow dx = \frac{du}{3x^2}$$

$$\int_0^1 x^2(x^3-1)^4 \frac{du}{3x^2} = \frac{1}{3} \int_0^1 u^4 du = \frac{1}{3} \left( \frac{u^5}{5} \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{15} (1^5 - 0^5) = \frac{1}{15}$$

$$\int_{10}^3 x^3(2-x^4)^7 dx \quad (b)$$

$$\int_{10}^3 x^3(2-x^4)^7 dx \quad u = 2-x^4 \Rightarrow du = -4x^3 dx \Rightarrow dx = \frac{du}{-4x^3}$$

$$\int_{10}^3 x^3(2-x^4)^7 \frac{du}{-4x^3} = -\frac{1}{4} \int_{10}^3 u^7 du = -\frac{1}{4} \left( \frac{u^8}{8} \right) \Big|_{10}^3 = -\frac{1}{32} (3^8 - 10^8) = -\frac{1}{32} (6561 - 100000000) = -\frac{99993439}{32}$$

2

$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$

$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C \Rightarrow u = \ln|x| \Rightarrow \frac{du}{dx} = \frac{1}{x} \Rightarrow dx = x du = e^u du \Rightarrow u = \ln|x| \Rightarrow \int \frac{1}{x} dx = \int 1 du = \frac{1}{2} u^2 + C = \frac{1}{2} (\ln|x|)^2 + C$