

إجابات أسئلة الدرس

نظريات النهايات

(١) إذا علمت أن نهايا ق (س) = ٨، نهايا هـ (س) = -٢، فجد قيمة كل مما يأتي (إن وجدت):

- أ) نهايا (٤ق (س) + ٢هـ (س)) س ← ٣
- ب) نهايا (ق (س) - ٢هـ (س)) س ← ٣
- ج) نهايا (ق (س) × هـ (س)) س ← ٣
- د) نهايا ٥ق (س) س ← ٣
- هـ) نهايا (٢ق (س) + ١) س ← ٣
- و) نهايا ((٣هـ (س) + ٣ - ٧) س ← ٣
- ز) نهايا (٢ق (س) + ٣هـ (س) + ٢س + ٤) س ← ٣

الحل:

$$\text{أ) نهايا (٤ق (س) + ٢هـ (س)) س ← ٣} = \text{نهايا ٤ق (س) س ← ٣} + \text{نهايا ٢هـ (س) س ← ٣} \\ = ٤ \times ٨ + ٢ \times (-٢) = ٣٢ - ٤ = ٢٨$$

$$\text{ب) نهايا (ق (س) - ٢هـ (س)) س ← ٣} = \text{نهايا ق (س) س ← ٣} - \text{نهايا ٢هـ (س) س ← ٣} \\ = ٨ - ٢ \times (-٢) = ٨ + ٤ = ١٢$$

$$\text{ج) نهايا (ق (س) × هـ (س)) س ← ٣} = \text{نهايا ق (س) س ← ٣} \times \text{نهايا هـ (س) س ← ٣} \\ = ٨ \times (-٢) = -١٦$$

$$\text{د) نهايا ٥ق (س) س ← ٣} = ٥ \times \text{نهايا ق (س) س ← ٣} = ٥ \times ٨ = ٤٠$$

$$\text{هـ) نهايا (٢ق (س) + ١) س ← ٣} = ٢ \times \text{نهايا ق (س) س ← ٣} + ١ = ٢ \times ٨ + ١ = ١٧$$

$$(و) \text{ نهيا } \left(\begin{matrix} 3 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) = \left(\begin{matrix} 3 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) \text{ هـ} + \left(\begin{matrix} 3 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) \text{ نها} = \left(\begin{matrix} 3 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) (7 - 3) + \left(\begin{matrix} 3 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) (3 - 7)$$

$$6 - = 7 - 9 + 8 - = 7 - 3 \times 3 + (2 -) =$$



$$(ز) \text{ نهيا } \left(\begin{matrix} 3 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) = \left(\begin{matrix} 3 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) \text{ ق} + \left(\begin{matrix} 3 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) \text{ هـ} + \left(\begin{matrix} 3 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) \text{ س} = (4 + 2 + 3)$$

$$= \left(\begin{matrix} 3 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) \text{ نها} + \left(\begin{matrix} 3 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) \text{ نها} + \left(\begin{matrix} 3 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) \text{ نها} = (4 + 2 + 3)$$

$$20 = 4 + 6 + 6 - 16 = 4 + 3 \times 2 + 2 - \times 3 + 8 \times 2$$

(٢) جد قيمة كل مما يأتي:

$$(أ) \text{ نهيا } \left(\begin{matrix} 2 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) = \left(\begin{matrix} 2 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) \text{ نها} - \left(\begin{matrix} 2 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) \text{ س} + \left(\begin{matrix} 2 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) \text{ هـ} = (7 - 6 + 5)$$

$$(ب) \text{ نهيا } \left(\begin{matrix} 1 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) = \left(\begin{matrix} 1 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) \text{ نها} + \left(\begin{matrix} 1 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) \text{ س} = (2 - 5 + 1)$$

$$(ج) \text{ نهيا } \left(\begin{matrix} 1 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) = \left(\begin{matrix} 1 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) \text{ نها} + \left(\begin{matrix} 1 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) \text{ س} = (2 + 3)$$

الحل:

$$(أ) \text{ نهيا } \left(\begin{matrix} 2 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) = \left(\begin{matrix} 2 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) \text{ نها} - \left(\begin{matrix} 2 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) \text{ س} + \left(\begin{matrix} 2 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) \text{ هـ} = (7 - 6 + 5)$$

$$7 - (2 -) 6 + (2 -) 5 - (2 -) 3 =$$

$$69 = 19 - 40 + 48 = 7 - 12 - 8 - \times 5 - 16 \times 3 =$$

$$(ب) \text{ نهيا } \left(\begin{matrix} 1 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) = \left(\begin{matrix} 1 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) \text{ نها} + \left(\begin{matrix} 1 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) \text{ س} = (2 - 5 + 1)$$

$$8 = 4 \times 2 = (2 - 5 + 1)(1 + 1) =$$

$$(ج) \text{ نهيا } \left(\begin{matrix} 1 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) = \left(\begin{matrix} 1 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) \text{ نها} + \left(\begin{matrix} 1 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) \text{ س} = (2 + 3)$$



$$(3) \text{ إذا كانت نهايا } (3) \text{ ق(س) } = 27, \text{ فجد نهايا } (1 + 2\text{س}) \text{ ق(س)}^3$$

الحل:

$$27 = (1 + 2\text{س}) \text{ نهايا } (3) \text{ ق(س)}$$

$$27 = (1 + 2 \times 2) + (3) \text{ نهايا } (3) \text{ ق(س)}$$

$$27 = 3 - (3) \text{ نهايا } (3) \text{ ق(س)}$$

$$30 = (3) \text{ نهايا } (3) \text{ ق(س)}$$

$$10 = \text{نهايا } (3) \text{ ق(س)}$$

$$\text{نهايا } (3) \text{ ق(س)} = \text{نهايا } (3) \text{ ق(س)}$$

$$1000 = 10 =$$



$$(4) \text{ إذا كانت نهايا } (1 + 5\text{س} + 2\text{س}^2) \text{ ق(س)}^3 = 25, \text{ فما قيمة الثابت م؟}$$

الحل:

$$25 = (1 + 5\text{س} + 2\text{س}^2) \text{ نهايا } (3) \text{ ق(س)}$$

$$25 = 1 + 3 \times 5 + 2\text{س}^2 \text{ نهايا } (3) \text{ ق(س)}$$

$$25 = 16 + 2(3) \text{ م}$$

$$16 - 25 = 9 \text{ م}$$

$$9 = 9 \text{ م}$$

$$1 = \text{م}$$



$$(5) \left. \begin{array}{l} 4s + 1, \quad s > 0 \\ 5 - s^2, \quad s \leq 0 \end{array} \right\} = \text{إذا كان ق(س)}$$

فجد قيمة كل مما يأتي:

أ) نهاق (س) $s \leftarrow 1$ ب) نهاق (س) $s \leftarrow 2$ ج) نهاق (س) $s \leftarrow 0$

الحل:

أ) نهاق (س) $s \leftarrow 1 = 4 - 5 = -1$

ب) نهاق (س) $s \leftarrow 2 = 4 \times 2 - 1 + 8 - 7 = 7$

ج) نهاق (س) $s \leftarrow 0 = 5 - 0 = 5$

نهاق (س) $s \leftarrow 0 = 1 + 0 \times 4 = 1$

نهاق (س) غير موجودة. $s \leftarrow 0$

$$(6) \left. \begin{array}{l} 1 + s^2, \quad s \neq 3 \\ 8, \quad s = 3 \end{array} \right\} = \text{إذا كان هـ(س)}$$

فجد قيمة كل مما يأتي:

أ) نهاه (س) $s \leftarrow 5$ ب) نهاه (س) $s \leftarrow 3$ ج) هـ (3)

الحل:

$$٢٦ = ١ + ٢٥ = (س) \text{ نهاه} \left. \begin{array}{l} \leftarrow س \\ ٥ \end{array} \right\}$$

$$١٠ = ١ + ٢٣ = (س) \text{ نهاه} \left. \begin{array}{l} \leftarrow س \\ ٣ \end{array} \right\}$$

$$٨ = (٣) \text{ هه}$$

$$(٧) \text{ إذا كان ق(س) = } \left. \begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} \text{أس} + ٤ \\ \text{س} > ٢ \end{array} \right\} \\ \left. \begin{array}{l} \text{٥س} + ٢ \\ \text{س} \leq ٢ \end{array} \right\} \end{array} \right\}$$

وكانت نهاق(س) موجودة، فما قيمة الثابت أ؟
 $\leftarrow س$

الحل:

نهاق(س) موجودة،
 $\leftarrow س$

$$\text{نها} \text{س} + ٢ = \text{نها} \text{أس} + ٤ \left. \begin{array}{l} \leftarrow س \\ +٢ \end{array} \right\}$$

$$٤ + ٢ = ٢ + ٢$$

$$٤ - ٢ = ٢ - ٢$$

$$٢ = ٢$$

$$(8) \text{ إذا كان } (س) = \left. \begin{array}{l} ١ + ٢س \\ ٥س \\ ٦ - ٢س \end{array} \right\} \begin{array}{l} ، س > ٢ \\ ، ٢ \leq س \leq ٦ \\ ، س < ٦ \end{array}$$

فجد قيمة كل من النهايات الآتية (إن وجدت):

أ) $\lim_{س \rightarrow ٠} (س)$ ب) $\lim_{س \rightarrow ٢} (س)$

ج) $\lim_{س \rightarrow ٤} (س)$ د) $\lim_{س \rightarrow ٦} (س)$

الحل:

أ) $\lim_{س \rightarrow ٠} (س) = ١ + ٢ \cdot ٠ = ١$

ب) $\lim_{س \rightarrow ٢} (س) = ١٠ = ٢ \times ٥$

← نهيق (س) = غير موجودة.

نهيق (س) = $٥ = ١ + ٢ \cdot ٢$

ج) $\lim_{س \rightarrow ٤} (س) = ٢٠ = ٤ \times ٥$

د) $\lim_{س \rightarrow ٦} (س) = ٣٠ = ٦ - ٣٦ = ٦ - ٢٦$

نهيق (س) = $٣٠ = ٦ \times ٥$

نهيق (س) = ٣٠

$$(9) \text{ إذا كان } (س) = \left. \begin{array}{l} ٣س - ١ \\ ١٠ \end{array} \right\} \begin{array}{l} ، س > ٢ \\ ، س < ٢ \end{array}$$

وكانت نهيق (س) موجودة، فجد قيمة الثابت أ؟

$\lim_{س \rightarrow ٢} (س)$

الحل:

نهاق (س) موجودة \leftarrow
س \leftarrow ٢

نهاق (س) = نهاق (س)
س \leftarrow ٢ + س \leftarrow ٢ -

١٠ = نها (٣س - أ)
س \leftarrow ٢ -

١٠ = ٣ - ٢ أ

١٠ = ٦ - أ

٤ = أ