إجابات أسئلة الدرس

التفسير الهندسي

١) جد معادلة المماس لكل من المنحنيات الآتية عند قيم س المبينة إزاء كل منها:

أ) ق(س) = ٣س + ٥ ، س = ٢

ب) ق(س) = س^{٢} + ٣س − ١ ، س = ١

جـ) ق(س) = (٢س − ٤)(س^{٢} + ١) ، س = صفرًا

الحل

أ) ق(س) = ٣س + ٥ ، س = ٢

ق(٢) = ٣ × ٢ + ٥ = ١١

∴ (٢ ، ١١)

ق′(س) = ٣

م = ق′(٢) = ٣

معادلة المماس:

ص − ص$_{١}$ = م(س − س$_{١}$)

ص − ١١ = ٣(س − ٢)

ص − ١١ = ٣س − ٦

ص = ٣س + ٥

ب) ق(س) = س^{٣} + ٣س − ١ ، س = ١

ق(١) = ١^{٣} + ٣ × ١ − ١

= ١ + ٣ − ١ = ٣ ∴ (١ ، ٣)

ق′(س) = ٣س^{٢} + ٣

م = ق′(١) = ٣ × ١^{٢} + ٣ = ٦ = ٥

معادلة المماس:

ص − ص$_{١}$ = م(س − س$_{١}$)

ص − ٣ = ٥(س − ١)

ص − ٣ = ٥س − ٥

ص = ٥س − ٢

جـ) $ق(س) = (جتا ك - ٤)(س^٢ + ١)$ ، $س = صفر$

$ق(١) = (جتا ٠ - ٤)(١ + ١)$

$= ١ \times ٢ - ٤ = -٤$ $(٠ ، -٤)$

$ق'(س) = (جتا ك - ٤) \times ٢ جتا ك + (س^٢ + ١) \times ٢$

$م = ق'(١) = (جتا ٠ - ٤) \times ٢ جتا ٠ + (١ + ١) \times ٢$

$= صفر + ٢ = ٢$

معادلة المماس :

$ص - ص_١ = م(س - س_١)$

$ص - (-٤) = ٢(س - ٠)$

$ص + ٤ = ٢ جتا ك$

$-٤ \quad -٤$

$ص = ٢ جتا ك - ٤$

---

٢) إذا كان $ق(س) = \frac{٢س + ٢}{س^٢ + ١}$ ، فجد معادلة المماس لمنحنى الاقتران ق عندما $س = ١$

الحل

$ق(س) = \frac{٢ جتا ك + ٢}{جتا^٢ ك + ١}$ ، معادلة المماس عندما $س = ١$

$ق(١) = \frac{٢ جتا ك + ٢}{جتا^٢ ك + ١} = \frac{٤}{٢} = ٢$ $(٢ ، ١)$

$ق'(س) = \frac{(جتا ك + ١) \times ٢ - (٢ جتا ك + ٢) \times ٢ جتا ك}{(جتا ك + ١)^٢}$

$م = ق'(١) = \frac{(١ + ١) \times ٢ - (٢ جتا ٠ + ٢) \times ١ \times ٢}{(١ + ١)^٢} = \frac{٤ - ٨}{٤} = \frac{-٤}{٤} = -١$

معادلة المماس :

$ص - ص_١ = م(س - س_١)$

$ص - ٢ = -١(س - ١)$

$ص - ٢ = -س + ١$

$+٢ \quad +٢ \quad +س$

$ص = -س + ٣$

٣) إذا كان ق(س) = أس^{٢} + ٤س − ٣، حيث أ عدد ثابت، وكان ميل المنحنى عندما س = ٣ يساوي ٢٢، فجد قيمة الثابت أ.

الحل

ق$'$(٣) = ٢٢

ق$'$(س) = ٢أس + ٤

ق$'$(٣) = ٢أ(٣) + ٤

٢٢ − ٤ = ٦أ

$\frac{١٨}{٦} = \frac{٦أ}{٦}$ ← أ = ٣

---

٤) إذا كان ق(س) = س^{٥} + ٤س^{٢}، فجد ميل المنحنى للاقتران ق عندما س = ١

الحل

المطلوب ق$'$(١).

ق$'$(س) = ٥س^{٤} + ٨س.

م = ق$'$(١) = ٥(١)^{٤} + ٨(١)

= ٥ + ٨ = ١٣

---

٥) إذا كان ق(س) = (٣س^{٢} − ٢)^{٤}، فجد معادلة المماس لمنحنى الاقتران ق عند النقطة (−١، ق(−١)).

الحل

ق(−١) = (٣(−١)^{٢} − ٢)^{٤}

= (٣ − ٢)^{٤} = ١^{٤} = ١

(−١، ١)

ق′(س) = ٤(٣س^{٢} − ٢)^{٣} × ٦س

م = ق′(−١) = ٤(٣(−١)^{٢} − ٢)^{٣} × ٦ × −١

= ٤(٣ − ٢)^{٣} × ٦ − = −٢٤ × ١ = −٢٤

معادلة المماس:

ص − ص$_{١}$ = م(س − س$_{١}$)

ص − ١ = −٢٤(س − −١)

ص − ١ = −٢٤(س + ١)

ص − ١ = −٢٤س − ٢٤

+١ +١

ص = −٢٤س − ٢٣