

## إجابات أسئلة الدرس

### القيم القصوى



(١) جد القيم القصوى (العظمى والصغرى) المحلية (إن وجدت) لكل مما يأتي:

أ) ق (س) =  $س^3 - 3س + 1$

ب) ل (س) =  $س^4 - 2س^2 + 2$

ج) هـ (س) =  $س^2 + 4$

د) ك (س) =  $س^3 - 2س^2 - 4س + 8$

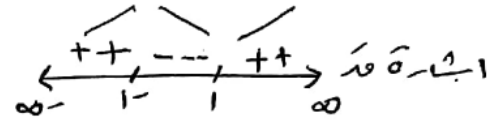
### الحل

أ) عند (س) =  $س^3 - 3س + 1$

عند (س) =  $س^3 - 3س$

$س^3 - 3س = 3 \iff س^3 = 3 \iff س = \sqrt[3]{3}$

$س^3 - 3س = 1 \iff س = 1$



عند  $س = 1$  هي عظمى محلية هي

عند  $(1-) = (1-) = 1 + (1-) - 3(1-) = 3$

عند  $س = 1$  هي صغرى محلية هي

عند  $(1) = (1) = 1 + (1) - 3(1) = 1 -$



(ب) ل (س) = ٤س<sup>٣</sup> - ٦س<sup>٢</sup> + ٢

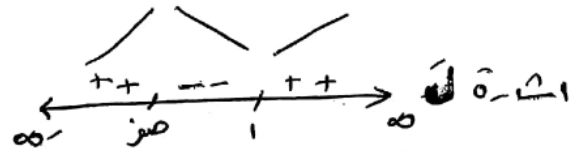
ل' (س) = ١٢س<sup>٢</sup> - ١٢س

١٢س<sup>٢</sup> - ١٢س = ٠

١٢س(س - ١) = ٠

$\frac{١٢س}{١٢} = \frac{١٢(س-١)}{١٢} \Rightarrow$  س = ١ س = ٠

س - ١ = ٠ س = ١



عند س = ١ = هنز يتجه على طرفه هي ل (٠) = ٢

عند س = ١ = يتجه هنزى عليه هي

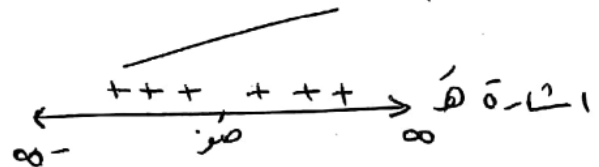
ل (١) = ٤(١)<sup>٣</sup> - ٦(١)<sup>٢</sup> + ٢

= ٤ - ٦ + ٢ = ٠ = هنز

(ج) ه (س) = ٤س<sup>٣</sup> + ٤

ه' (س) = ١٢س<sup>٢</sup>

$\frac{١٢س^٢}{١٢} = \frac{١٢(س-٢)(س+٢)}{١٢} \Rightarrow$  س = ٢ س = ٠



اللاقرانه ه (س) قترابه على (-infinity, infinity) لا يوجد قيم قصوى

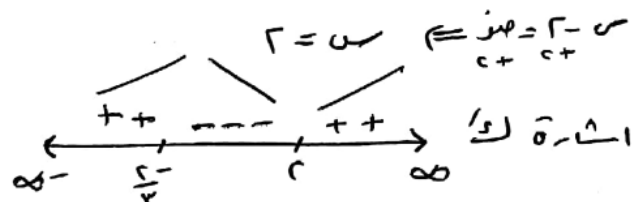
(د) ل (س) = ٣س<sup>٣</sup> - ٤س<sup>٢</sup> + ٨

ل' (س) = ٩س<sup>٢</sup> - ٨س

٩س<sup>٢</sup> - ٨س = ٠

٩س(س -  $\frac{٨}{٩}$ ) = ٠

$\frac{٩س}{٩} = \frac{٩(س - \frac{٨}{٩})}{٩} \Rightarrow$  س =  $\frac{٨}{٩}$  س = ٠



عند  $s = \frac{2}{3}$  قيمة  $c$  هي

$$8 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 - \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^4$$

$$8 + \frac{4}{9} + \frac{4}{9} - \frac{8}{27} =$$

$$\frac{207}{27} = \frac{217}{27} + \frac{10}{27} + \frac{10}{27} - \frac{8}{27} =$$

عند  $s = 2$  قيمة  $c$  هي (2)

$$8 + 2 \times 4 - 2^3 = (2)^4$$

$$c = 8 + 8 - 8 - 8 =$$

٢) جد القيم القصوى (العظمى والصغرى) المحلية (إن وجدت) لكل مما يأتي باستخدام اختبار المشتقة الثانية:

- أ)  $c(s) = s^2 - 8$   
 ب)  $c(s) = s^2 + 4$   
 ج)  $c(s) = 2s^2 - 6s$

**الحل**

أ)  $c'(s) = 2s = 0 \Rightarrow s = 0$   
 $c''(s) = 2 > 0$  عند  $s = 0$  قيمة  $c$  هي

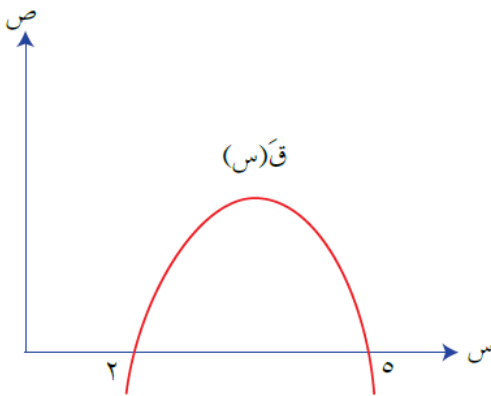
ب)  $c'(s) = 2s = 0 \Rightarrow s = 0$   
 $c''(s) = 2 > 0$  عند  $s = 0$  قيمة  $c$  هي

ج)  $c'(s) = 4s - 6 = 0 \Rightarrow s = \frac{3}{2}$   
 $c''(s) = 4 > 0$  عند  $s = \frac{3}{2}$  قيمة  $c$  هي

عند  $s = 0$  قيمة  $c$  هي  $c = 0$  عند  $s = 0$  قيمة  $c$  هي  $c = 4$

$$\begin{aligned} \text{ج) عند } s=2 &= 6 - 2^2 = 2 \\ \text{عند } s=3 &= 6 - 3^2 = -3 \\ \frac{7}{6} &= \frac{6-s}{6} \Leftrightarrow 6-s = 6 \cdot \frac{7}{6} \\ s=2 &= 6 - 2^2 = 2 \\ \text{عند } s=1 &= 6 - 1^2 = 5 \\ \text{عند } s=2 &= 6 - 2^2 = 2 \\ \text{عند } s=3 &= 6 - 3^2 = -3 \\ \text{عند } s=4 &= 6 - 4^2 = -10 \\ \text{عند } s=5 &= 6 - 5^2 = -19 \end{aligned}$$

٣) اعتماداً على الشكل (٣-١٢) الذي يمثل منحنى المشتقة الأولى للاقتزان ق، حيث



الشكل (٣-١٢).

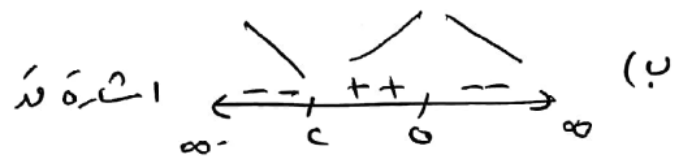
ق(٢) = ق(٥) = ٥ صفرًا، جد كلاً مما يأتي:

- أ) قيم س الحرجة للاقتزان ق.  
ب) فترات التزايد والتناقص للاقتزان ق.  
ج) نقط القيم القصوى المحلية للاقتزان ق مُحدِّدًا نوعها.

### الحل

أصفار المشتقة الأولى

هـ { ٢ ، ٥ } وهي التقاطح الحرجة



ب) [٢، ٥] متناقص.

ج) [٥، ∞) متزايد.

د) عند س = ٢ هي قيمة صغرى هي (٢).

عند س = ٥ هي قيمة عظيمة هي (٥).

٤) إذا كان للاقتران ق(س) = ٣س<sup>٢</sup> - ٢أس + ٤ قيمة حرجة عندما س = ٢، فجد قيمة الثابت أ.

**الحل**

$$\text{وه } (س) = ٣س^٢ - ٢أس + ٤$$

$$\text{قيمة حرجة عند } س = ٢ \Rightarrow \text{و } (٢) = ٤$$

$$\text{و } (س) = ٣س^٢ - ٢أس + ٤$$

$$\text{و } (٢) = ٣(٢)^٢ - ٢أ(٢) + ٤$$

$$٤ = ١٢ - ٤أ + ٤$$

$$\boxed{١٢ = ٤} \quad ١ - ٤ (٢ - = ١٢ -)$$