منهاجي
متعة التعليم الهادف

إجابات الأسئلة

التكامل المحدود

السؤال الأول

احسب قيمة كل مما يأتي :

أ) $\int_{١}^{٦} -٢ \ \text{د س}$

ب) $\int_{٨}^{١} \frac{١}{٨\sqrt[٣]{\text{س}}} \ \text{د س}$

جـ) $\int_{٠}^{٦} (٢\text{س} + ٨\text{س}^{٣} - ٥\text{س}^{٤} + ٧) \ \text{د س}$

د) $\int_{-٢}^{٢} (٣\text{س} - ٢)(\text{س} + ١) \ \text{د س}$

الحل :

أ) $\int_{١}^{٦} -٢ \ \text{د س} = -٢ \ (٦ - ١) = -٢ \times ٥ = -١٠$

ب) $\int_{٨}^{١} \frac{١}{٨\sqrt[٣]{\text{س}}} \ \text{د س} = \int_{٨}^{١} \frac{١}{٨ \ \text{س}^{\frac{١}{٣}}} \ \text{د س} = \int_{٨}^{١} \frac{١}{٨} \ \text{س}^{\frac{-١}{٣}} \ \text{د س} = \frac{١}{٨} \times \left[\frac{\text{س}^{\frac{٢}{٣}}}{\frac{٢}{٣}} \right]_{٨}^{١}$

$= \frac{٣}{١٦} \left[\text{س}^{\frac{٢}{٣}} \right]_{٨}^{١} = \frac{٣}{١٦} \left[\sqrt[٣]{\text{س}^{٢}} \right]_{٨}^{١} = \frac{٣}{١٦} \sqrt[٣]{(١)^{٢}} - \frac{٣}{١٦} \sqrt[٣]{(٨)^{٢}}$

$= \frac{٣}{١٦} - \frac{٣}{١٦} \times ٤ = \frac{٣}{١٦} - \frac{١٢}{١٦} = -\frac{٩}{١٦}$

ج) $\int_{٠}^{٢} (\text{٢س} + \text{٨س}^{٣} - \text{٥س}^{٤} + ٧)\ \text{د س} = \left[(\text{س}^{٢} + \text{٢س}^{٤} - \text{س}^{٥} + \text{٧س}) \right]_{٠}^{٢}$

$= ((٢)^{٢} + ٢\,(٢)^{٤} - (٢)^{٥} + ٧\,(٢) - \text{صفر}) = ٤ + ٣٢ - ٣٢ + ١٤ = ١٨$

د) $\int_{-٢}^{٢} (\text{٣س} - ٢)(\text{س} + ١)\ \text{د س} = \int_{-٢}^{٢} (\text{٣س}^{٢} + \text{٣س} - \text{٢س} - ٢)\ \text{د س} = \int_{-٢}^{٢} (\text{٣س}^{٢} + \text{س} - ٢)\ \text{د س}$

$= \left[(\text{س}^{٣} + \frac{\text{س}^{٢}}{٢} - \text{٢س}) \right]_{-٢}^{٢} = ((٢)^{٣} + \frac{(٢)^{٢}}{٢} - ٢ \times ٢) - ((-٢)^{٣} + \frac{(-٢)^{٢}}{٢} - ٢ \times -٢)$

$= (٨ + ٢ - ٤) - (-٨ + ٢ + ٤) = ٦ - -٢ = ٨$

شاهد الفيديو التالي لفهم درس التكامل المحدود

السؤال الثاني

إذا كان $\int_{-١}^{\text{م}} ٤\ \text{دس} = ٢٠$ ، فجد قيمة الثابت م .

الحل :

$٤\,(\text{م} - -١) = ٢٠ \Rightarrow ٤\,(\text{م} + ١) = ٢٠ \Rightarrow \text{م} + ١ = ٥ \Rightarrow \text{م} = ٤$

السؤال الثالث

إذا كان الاقتران ق معرفا على الفترة [١ ، ٥] ، وكان قَ(س) = ٢س + ١ ، فجد قيمة ق(٥) – ق(١)

الحل :

$\int_{١}^{٥} \text{قَ}(\text{س})\ \text{د س} = \left[\text{ق}(\text{س}) \right]_{١}^{٥} = \text{ق}(٥) - \text{ق}(١)$

$\int_{١}^{٥} (\text{٢س} + ١)\ \text{د س} = \left[(\text{س}^{٢} + \text{س}) \right]_{١}^{٥} = (٥^{٢} + ٥) - (١^{٢} + ١) = ٣٠ - ٢ = ٢٨$

السؤال الرابع

احسب قيمة التكامل الآتي : $\int_{٢}^{٢} (٤س - ٦س^{٢} + ٣)\, د\, س$.

الحل :

$$\int_{٢}^{٢} (٤س - ٦س^{٢} + ٣)\, دس = \Big[(٢س^{٢} - ٢س^{٣} + ٣س)\Big]_{٢}^{٢}$$

$$= ((٢(٢)^{٢} - ٢(٢)^{٣} + ٣(٢)) - ((٢(٢)^{٢} - ٢(٢)^{٣} + ٣(٢))$$

$$= (٨ - ١٦ + ٦) - (٨ - ١٦ + ٦) = -٢ - -٢ = ٢ + ٢ = \text{صفر}$$

وهذه من خصائص التكامل المحدود $\int_{أ}^{أ} ق(س)\, دس = \text{صفر}$

السؤال الخامس

احسب قيمة كل من التكاملات الآتية :-

أ) $\int_{١}^{٢} ٣س\,(٤ - ٢س^{٢})\, دس$

ب) $\int_{١}^{-١} (٢س - ٣)^{٢}\, د\, س$

جـ) $\int_{٠}^{-٢} \frac{س^{٢} + ٦س - ٧}{س - ١}\, دس$

الحل :

أ) $\int_{١}^{٢} ٣س\,(٤ - ٢س^{٢})\, دس = \int_{١}^{٢} (١٢س - ٦س^{٣})\, دس = \Big[(٦س^{٢} - \frac{٦}{٤}س^{٤})\Big]_{١}^{٢}$

$$= (٦ \times ٢^{٢} - \frac{٦}{٤} \times ٢^{٤}) - (٦ \times ١^{٢} - \frac{٦}{٤} \times ١^{٤})$$

$$= (٢٤ - ٢٤) - (٦ - \frac{٦}{٤}) = \text{صفر} - (\frac{٢٤ - ٦}{٤}) = \frac{-١٨}{٤} = \frac{-٩}{٢}$$

شاهد الفيديو التالي لفهم حل أسئلة درس التكامل المحدود

$$\text{ب)}\quad \int_{1}^{-1} (2\text{س} - 3)^{2}\,\text{د س} = \int_{1}^{-1} (4\text{س}^{2} - 12\text{س} + 9)\,\text{دس} = \left[\left(\frac{4}{3}\text{س}^{3} - 6\text{س}^{2} + 9\text{س}\right)\right]_{1}^{-1}$$

$$= \left(\frac{4}{3} \times (-1)^{3} - 6 \times (-1)^{2} + 9 \times -1\right) - \left(\frac{4}{3} \times 1^{3} - 6 \times 1^{2} + 9 \times 1\right)$$

$$= \left(\frac{-4}{3} - 15\right) - \left(\frac{4}{3} + 3\right) = \frac{-4}{3} - 15 - \frac{4}{3} - 3 = -\frac{8}{3} - 18 = -\frac{62}{3}$$

$$\text{جـ)}\quad \int_{0}^{-2} \frac{\text{س}^{2} + 6\text{س} - 7}{\text{س} - 1}\,\text{دس} = \int_{0}^{-2} \frac{(\text{س} - 1)(\text{س} + 7)}{\text{س} - 1}\,\text{دس} = \int_{0}^{-2} (\text{س} + 7)\,\text{دس}$$

$$= \left[\left(\frac{\text{س}^{2}}{2} + 7\text{س}\right)\right]_{0}^{-2} = \left(\frac{(-2)^{2}}{2} + 7 \times -2\right) - \text{صفر} = 2 - 14 = -12$$