إجابات أسئلة الدرس

المساحة - دليل المعلم

١) جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران ص = ق(س)، ومحور السينات والمستقيمين المحددين في كل مما يأتي:

أ) ق(س) = ١٢ ، س = −١ ، س = ٢

ب) ق(س) = ٥ − ٢س ، س = −٢ ، س = ٢

جـ) ق(س) = ٣س^{٢} − ٣ ، س = −٤ ، س = −٢

الحل

أ) $\int_{-١}^{٢} ١٢ \, د س = ٣٦$

المساحة المطلوبة = ٣٦ وحدة مربعة.

ب) ٥ − ٢س = ٠ ⇐ ٥ = ٢س ⇐ س = $\frac{٥}{٢}$ ∉ [−٢، ٢]

$\int_{-٢}^{٢} (٥ - ٢س) \, د س = ١٢$

المساحة المطلوبة = ١٢ وحدة مربعة.

جـ) ٣س^{٢} − ٣ = ٠ ⇐ ٣س^{٢} = ٣ ⇐ س^{٢} = ١ ⇐ س = ١، −١ ∉ [−٤، −٢]

$\int_{-٤}^{-٢} (٣س^{٢} - ٣) \, د س = ٥٠$

المساحة المطلوبة = $\int_{-٤}^{-٢}$ |ق(س)| د س = ٥٠ وحدة مربعة.

٢) جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران ص = ق(س)، ومحور السينات على الفترة المحددة في كل مما يأتي:

أ) ق(س) = ٦ − ٦س^{٢} ، على الفترة [−٢، ٠].

ب) ق(س) = ٤س^{٣} ، على الفترة [−١، ١].

جـ) ق(س) = ٣س^{٢} − ٤٨ ، على الفترة [٣، ٥].

د) ق(س) = −س^{٢} − ٤ ، على الفترة [−١، ١].

الحل

أ) ٦− ٦س^{٢} = ٠ ⇐ ٦ = ٦ س^{٢} ⇐ س^{٢} =١ ⇐ س = −١، ١

−١ ∈ [−٢، ٠] ، ١ ∉ [−٢، ٠]

$$\int_{-2}^{-1}$$ (٦− ٦س^{٢}). ءس = −٨

$$\int_{-1}^{0}$$ (٦− ٦س^{٢}). ءس = ٤

المساحة المطلوبة = $\int_{-2}^{0}$ | ق(س) | . ءس = ٨ + ٤ = ١٢ وحدة مربعة.

ب) ٤س^{٣} = ٠ ⟸ س = ٠ ∈ [−١، ١].

$\int_{-١}^{٠}$ ٤س^{٣} . ءس = −١

$\int_{٠}^{١}$ ٤س^{٣} . ءس = ١

المساحة المطلوبة = $\int_{-١}^{١}$ | ق(س) | . ءس = ١ + ١ = ٢ وحدة مربعة.

جـ) ٣س^{٢} − ٤٨ = ٠ ⟸ ٣س^{٢} = ٤٨ ⟸ س^{٢} = ١٦ ⟸ س = ٤، −٤

٤ ∈ [٣، ٥]، −٤ ∉ [٣، ٥]

$\int_{٣}^{٤}$ (٣س^{٢} − ٤٨). ءس = −١١

$\int_{٤}^{٥}$ (٣س^{٢} − ٤٨). ءس = ١٣

المساحة المطلوبة = $\int_{٣}^{٥}$ | ق(س) | ءس = ١١ + ١٣ = ٢٤ وحدة مربعة.

د) −س^{٢} − ٤ = ٠ ⟸ س^{٢} = −٤ ⟸ لا توجد قيمة حقيقية تحقق س^{٢} = −٤

$\int_{-١}^{١}$ (س^{٢} − ٤) ءس = $\frac{-٢٦}{٣}$

المساحة المطلوبة = $\int_{-١}^{١}$ | ق(س) | ءس = $\frac{٢٦}{٣}$ وحدة مربعة.

٣) جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران ص = ق(س)، ومحور السينات في كل مما يأتي:

أ) ق(س) = ٤س − س^{٢} ب) ق(س) = ٤س^{٣} − ١٢س^{٢}

الحل

أ) ٤س − س^{٢} = ٠ ⟸ س(٤ − س) = ٠   س = ٠ ، ٤

$\int_{٠}^{٤}$ (٤س − س^{٢}) ءس = $\frac{٣٢}{٣}$

المساحة المطلوبة = $\int_{٠}^{٤}$ | ق(س) | ءس = $\frac{٣٢}{٣}$ وحدة مربعة.

ب) ٤س^{٣} − ١٢س^{٢} = ٠ ⟸ ٤س^{٢}(س − ٣) = ٠ ⟸ س = ٠ ، س = ٣

$\int_{٠}^{٣}$ (س^{٣} − ١٢س^{٢}) ءس = −٢٧

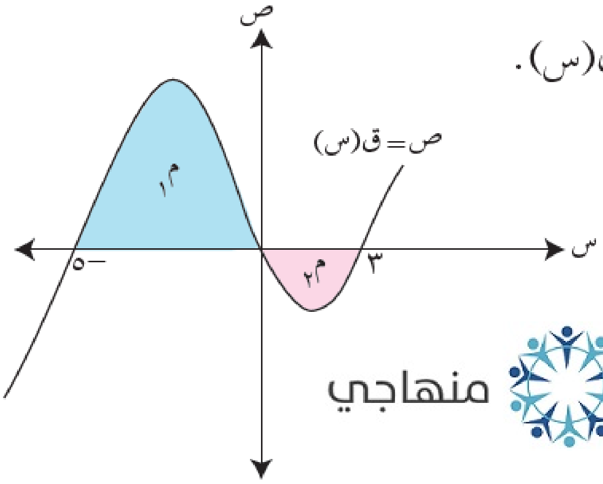
المساحة المطلوبة = $\int_{٠}^{٣}$ | ق(س) | ءس = ٢٧ وحدة مربعة.

٤) يمثل الشكل (٤-١١) منحنى الاقتران ص = ق(س).

فإذا كانت المساحة $\text{م}_{١} = ١٣$ وحدة مربعة،

والمساحة $\text{م}_{٢} = ٣$ وحدات مربعة،

فجد قيمة $\int_{-٥}^{٣} \text{ق(س) ءس}$، مبررًا إجابتك.



الشكل (٤-١١).

الحل

$$\int_{-٥}^{٣} \text{ق(س)ءس} = \int_{-٥}^{٠} \text{ق(س) ءس} + \int_{٠}^{٣} \text{ق(س) ءس}$$

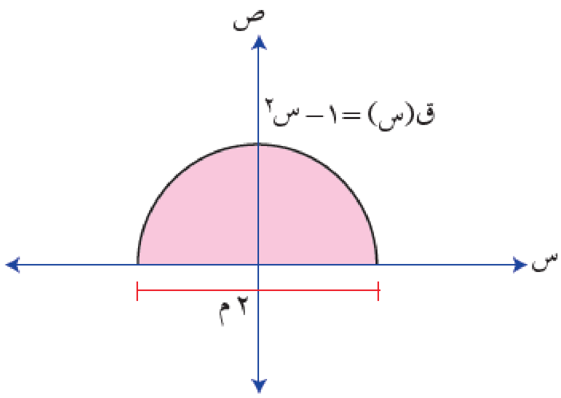
$$= \text{م}_{١} + -\text{م}_{٢} = ١٣ + -٣ = ١٠$$

$\text{م}_{١}$ تقع فوق محور السينات

$\text{م}_{٢}$ تقع تحت محور السينات

---

٥) يمثل الشكل (٤-١) نافذة طول قاعدتها ٢ م،
محصورة بمنحنى الاقتران ص = ق(س) = ١ - $\text{س}^{٢}$
إذا أردنا وضع زجاج على النافذة، وكانت
تكلفة المتر المربع الواحد منه خمسة دنانير،
فما التكلفة الكلية لزجاج النافذة؟



الشكل (٤-١).

الحل

$$\text{مساحة النافذة} = \int_{-١}^{١} (١ - \text{س}^{٢})\,\text{ءس} = \frac{٤}{٣}\ \text{م}^{٢}$$

التكلفة الكلية = المساحة × تكلفة المتر المربع

$$= \frac{٤}{٣} \times ٥ = \frac{٢٠}{٣}\ \text{دينار}.$$