إجابات أسئلة الدرس

المساحة - دليل المعلم

١) جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران ص = ق(س)، ومحور السينات والمستقيمين المحددين في كل مما يأتي:

أ) ق(س) = ١٢ ، س = −١ ، س = ٢

ب) ق(س) = ٥ − ٢س ، س = −٢ ، س = ٢

جـ) ق(س) = ٣س^{٢} − ٣ ، س = −٤ ، س = −٢

الحل

أ) $\int_{-١}^{٢}$ ١٢ . ﻫس = ٣٦

المساحة المطلوبة = ٣٦ وحدة مربعة.

ب) ٥ − ٢س = ٠ ⇐ ٥ = ٢س ⇐ س = $\frac{٥}{٢}$ ∉ [−٢، ٢]

$\int_{-٢}^{٢}$ (٥ − ٢س) ﻫس = ١٢

المساحة المطلوبة = ١٢ وحدة مربعة.

جـ) ٣س^{٢} − ٣ = ٠ ⇐ ٣س^{٢} = ٣ ⇐ س^{٢} = ١ ⇐ س = ١، −١ ∉ [−٤، −٢]

$\int_{-٤}^{-٢}$ (٣س^{٢} − ٣) . ﻫس = ٥٠

المساحة المطلوبة = $\int_{-٤}^{-٢}$ |ق(س)| ﻫس = ٥٠ وحدة مربعة.

٢) جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران ص = ق(س)، ومحور السينات على الفترة المحددة في كل مما يأتي:

أ) ق(س) = ٦ − ٦س^{٢} ، على الفترة [−٢، ٠].

ب) ق(س) = ٤س^{٣} ، على الفترة [−١، ١].

جـ) ق(س) = ٣س^{٢} − ٤٨ ، على الفترة [٣، ٥].

د) ق(س) = − − س^{٢} − ٤ ، على الفترة [−١، ١].

الحل

أ) ٦ − ٦س^{٢} = ٠ ⇐ ٦ = ٦ س^{٢} ⇐ س^{٢} = ١ ⇐ س = − ١، ١

−١ ∋ [−٢، ٠] ، ١ ∉ [−٢، ٠]

$$\int_{-٢}^{-١} (٦ - ٦س^{٢}) \, ءس = -٨$$

$$\int_{-١}^{٠} (٦ - ٦س^{٢}) \, ءس = ٤$$

المساحة المطلوبة = $\int_{-٢}^{٠} |ق(س)| \, ءس$ = ٨ + ٤ = ١٢ وحدة مربعة.

ب) $٤س^{٣} = ٠ \Leftarrow س = ٠ \in [-١، ١]$.

$$\int_{-١}^{٠} ٤س^{٣} . ىس = -١$$

$$\int_{٠}^{١} ٤س^{٣} . ىس = ١$$

المساحة المطلوبة $= \int_{-١}^{١} |ق(س)| . ىس = ١ + ١ = ٢$ وحدة مربعة.

جـ) $٣س^{٢} - ٤٨ = ٠ \Leftarrow ٣س^{٢} = ٤٨ \Leftarrow س^{٢} = ١٦ \Leftarrow س = ٤، -٤$

$٤ \in [٣، ٥]$ ، $-٤ \notin [٣، ٥]$

$$\int_{٣}^{٤} (٣س^{٢} - ٤٨) . ىس = -١١$$

$$\int_{٤}^{٥} (٣س^{٢} - ٤٨) . ىس = ١٣$$

المساحة المطلوبة $= \int_{٣}^{٥} |ق(س)| ىس = ١١ + ١٣ = ٢٤$ وحدة مربعة.

د) $-س^{٢} - ٤ = ٠ \Leftarrow س^{٢} = -٤ \Leftarrow$ لا توجد قيمة حقيقية تحقق $س^{٢} = -٤$

$$\int_{-١}^{١} (س^{٢} - ٤) ىس = \frac{-٢٦}{٣}$$

المساحة المطلوبة $= \int_{-١}^{١} |ق(س)| ىس = \frac{٢٦}{٣}$ وحدة مربعة.

٣) جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران ص = ق(س)، ومحور السينات في كل مما يأتي:

أ) ق(س) = ٤س − س^{٢} ب) ق(س) = ٤س^{٣} − ١٢س^{٢}

الحل

أ) ٤س − س^{٢} = ٠ ⇐ س(٤ − س) = ٠ س = ٠ ، ٤

$\int_{٠}^{٤} (٤س - س^{٢})\,دس = \frac{٣٢}{٣}$

منهاجي

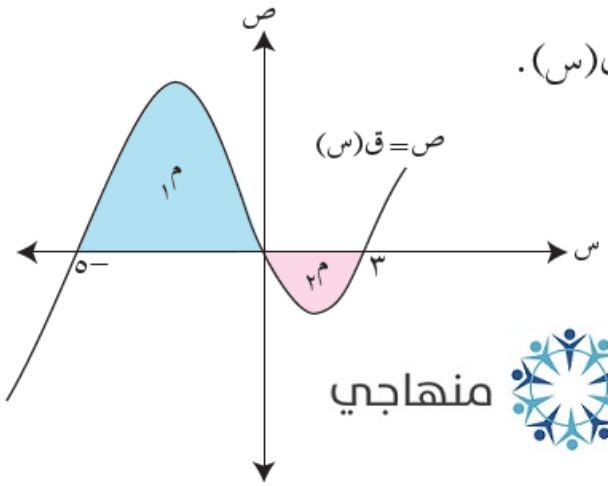
المساحة المطلوبة = $\int_{٠}^{٤} |ق(س)|\,دس = \frac{٣٢}{٣}$ وحدة مربعة.

ب) ٤س^{٣} − ١٢س^{٢} = ٠ ⇐ ٤س^{٢} (س − ٣)= ٠ ⇐ س=٠ ، س = ٣

$\int_{٠}^{٣} (س^{٣} - ١٢س^{٢})\,دس = -٢٧$

المساحة المطلوبة = $\int_{٠}^{٣} |ق(س)|\,دس = ٢٧$ وحدة مربعة.

٤) يمثل الشكل (٤ – ١١) منحنى الاقتران ص = ق(س).



الشكل (٤ – ١١).

فإذا كانت المساحة م١ = ١٣ وحدة مربعة،

والمساحة م٢ = ٣ وحدات مربعة،

فجد قيمة $\int_{-5}^{3} ق(س)\,د س$، مبرّرًا إجابتك.

منهاجي

الحل

$$\int_{-5}^{3} ق(س)\,د س = \int_{-5}^{0} ق(س)\,د س + \int_{0}^{3} ق(س)\,د س$$

$$= م_1 + -م_2 = ١٣ + -٣ = ١٠$$

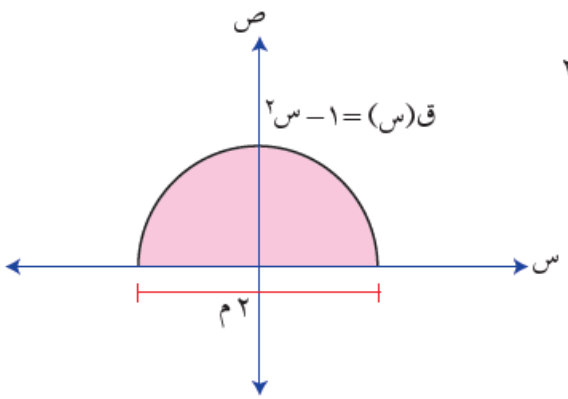
م١ تقع فوق محور السينات

م٢ تقع تحت محور السينات

---

٥) يمثل الشكل (٤ – ١) نافذة طول قاعدتها ٢ م، محصورة بمنحنى الاقتران ص = ق(س) = ١ – س٢

إذا أردنا وضع زجاج على النافذة، وكانت تكلفة المتر المربع الواحد منه خمسة دنانير، فما التكلفة الكلية لزجاج النافذة؟



الشكل (٤ – ١).

الحل

مساحة النافذة = $\int_{-1}^{1} (١ - س^2)\,د س = \frac{٤}{٣}$ م٢

التكلفة الكلية = المساحة × تكلفة المتر المربع

$= \frac{٤}{٣} \times ٥ = \frac{٢٠}{٣}$ دينار.

منهاجي