

إجابات تدريبات الدرس

المتغير العشوائي المنفصل وتوزيع ذي الحدين

تدريب (١):

في تجربة إلقاء قطعتي نقد مرّة واحدة، دلّ المتغير العشوائي ع على عدد مرّات ظهور الكتابة على الوجه الظاهر:



- (١) جد القيم التي يمكن أن يأخذها المتغير العشوائي ع.
- (٢) اكتب جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي ع.
- (٣) بيّن أنّ ل هو اقتران احتمال للمتغير العشوائي ع.

الحل:



$$\left\{ (ص ص)، (ص ك)، (ك ص)، (ك ك) \right\} = \Omega$$

$$\text{قيم ع} = \{٠، ١، ٢\}$$

$$ل (س = ٠) = ل (ص ص) = \frac{1}{4}$$

$$ل (س = ١) = ل (ص ك، ك ص) = \frac{2}{4}$$

$$ل (س = ٢) = ل (ك ك) = \frac{1}{4}$$



٢	١	٠	س
$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$	ل (س)



$$\sum ل (س) = \frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = 1 = 1 \text{ إذن: ل هو اقتران احتمال.}$$

تدريب (٢):

إذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س معطى في المجموعة:

$$\{(٠، ٢، ٠)، (٠، ٣، ١)، (٠، ١، ٢)، (٣، ٣، ب)\}$$

الحل:

$$١ = ٠،٢ + ٠،٣ + ٠،١ + ٠،٣ + ب$$

$$١ = ٠،٦ + ٠،٦ + ب$$

$$ب = ٠،٤ \quad \leftarrow \quad ب = ٣،٤ \quad \leftarrow \quad ب = \frac{4}{3}$$



تدريب (٣):



إذا كان س متغيراً عشوائياً ذا حدين، ومعامله: $n = 7, p = 0.7$ ، فجد كلاً مما يأتي:

- (١) ل (س = ٥). (٢) ل (س ≤ ٤). (٣) ل (س ≥ ٢).

الحل:



$$(١) \text{ ل (س = ٥)} = \binom{7}{0} (0.7)^0 (0.3)^{7-0} = \binom{7}{0} (0.3)^7$$

$$= 0.3^7 = 0.0002187 = 0.3 \times 0.16807 \times 7 = 0.3 \times 0.16807 \times \frac{7!}{1! 6!} = 0.302526$$

$$(٢) \text{ ل (س ≤ ٤)} = \text{ل (س = ٤)} + \text{ل (س = ٣)} + \text{ل (س = ٢)} + \text{ل (س = ١)} + \text{ل (س = ٠)}$$

$$\text{ل (س = ٤)} = \binom{7}{4} (0.7)^4 (0.3)^{7-4} = \binom{7}{4} (0.7)^4 (0.3)^3$$

$$= 0.09 \times 0.2401 \times \frac{7!}{4! 3!} = 0.324135$$

$$= 0.324135 = 0.21609 \times \frac{5 \times 6 \times 7}{2 \times 4} = 0.21609 \times \frac{105}{8} = 0.324135$$



$$\text{ل (س = ٦)} = \binom{7}{6} (0.7)^6 (0.3)^{7-6} = \binom{7}{6} (0.7)^6 (0.3)^1 = 0.117649$$

$$\text{ل (س = ٥)} = 0.302526 \text{ (من الفرع (١))}$$

$$\text{ل (س ≤ ٤)} = 0.324135 + 0.117649 + 0.302526 = 0.744310$$



$$(٣) \text{ ل (س ≥ ٢)} = \text{ل (س = ٢)} + \text{ل (س = ٣)} + \text{ل (س = ٤)} + \text{ل (س = ٥)} + \text{ل (س = ٦)} + \text{ل (س = ٧)}$$

$$\text{ل (س = ٠)} = \binom{7}{0} (0.7)^0 (0.3)^7 = 0.0002187$$

$$\text{ل (س = ١)} = \binom{7}{1} (0.7)^1 (0.3)^6 = 0.00220371$$

$$\text{ل (س = ٢)} = \binom{7}{2} (0.7)^2 (0.3)^5 = 0.02744259$$

$$= 0.02744259 \times 0.09 \times \frac{7!}{2! 5!} = 0.02744259 \times 0.09 \times 21 = 0.059535$$

$$= 0.059535 = 0.039679 \times 15 = 0.039679 \times \frac{5 \times 6 \times 7}{4 \times 2} = 0.039679 \times 105 = 0.059535$$



$$\text{ل (س ≥ ٢)} = 0.059535 + 0.02744259 + 0.00220371 + 0.0002187 = 0.08940009$$

تدريب (٤):

غرس مزارع ٧ شتلات، وكانت نسبة احتمال نجاح غرس الشتلة الواحدة هي ٦٠%. ما احتمال نجاح غرس ٣ شتلات على الأقل؟

الحل:

$$n = 7, p = 0,6$$

المطلوب: $P(X \leq 3) = P(X = 3) + P(X = 2) + P(X = 1) + P(X = 0)$

$$P(X = 0) = \binom{7}{0} (0,6)^0 (0,4)^7 = 0,016384$$

$$P(X = 1) = \binom{7}{1} (0,6)^1 (0,4)^6 = 0,04096$$

$$P(X = 2) = \binom{7}{2} (0,6)^2 (0,4)^5 = 0,036864$$

$$P(X = 3) = \binom{7}{3} (0,6)^3 (0,4)^4 = 0,036864$$

$$P(X \leq 3) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) = 0,096256$$

$$P(X \leq 3) = 0,096256 - 0,016384 = 0,079872$$