

إجابات تدريبات الدرس

المتغير العشوائي المنفصل وتوزيع ذي الحدين

تدريب (١):

في تجربة إلقاء قطعتي نقد مرّة واحدة، دلّ المتغير العشوائي ع على عدد مرّات ظهور الكتابة على الوجه الظاهر:



- (١) جد القيم التي يمكن أن يأخذها المتغير العشوائي ع.
- (٢) اكتب جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي ع.
- (٣) بيّن أنّ ل هو اقتران احتمال للمتغير العشوائي ع.

الحل:



$$\left\{ (ص ص), (ص ك), (ك ص), (ك ك) \right\} = \Omega$$

$$\text{قيم ع} = \{0, 1, 2\}$$

$$ل (س = 0) = ل (ص ص) = \frac{1}{4}$$

$$ل (س = 1) = ل (ص ك, ك ص) = \frac{2}{4}$$

$$ل (س = 2) = ل (ك ك) = \frac{1}{4}$$



س	٠	١	٢
ل (س)	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$



$$\sum ل (س) = \frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = 1 = 1 \quad \text{إذن: ل هو اقتران احتمال .}$$

تدريب (٢):

إذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س معطى في المجموعة:

$$\{(0, 2, 0), (0, 3, 1), (0, 1, 2), (3, 3, 3)\} \text{ ، فما قيمة الثابت ب ؟}$$

الحل:

$$1 = 0, 2 + 0, 3 + 0, 1 + 0, 3 + 3, 3 = 3, 3 + 0, 1 + 0, 3 + 0, 1 + 0, 2 + 0, 3 + 3, 3$$

$$1 = 3, 3 + 0, 6$$

$$0, 6 + 0, 6 = 1, 2$$

$$3, 3 = 0, 6 \iff 3, 3 = 0, 6 \iff 3, 3 = 0, 6$$



تدريب (٣):



إذا كان س متغيراً عشوائياً ذا حدين، ومعامله: $n = 6$ ، $p = 0.7$ ، فجد كلاً مما يأتي:

- (١) ل (س = ٥). (٢) ل (س ≤ ٤). (٣) ل (س ≥ ٢).

الحل:



$$(١) \text{ ل (س = ٥) } = \binom{6}{0} (0.7)^0 (0.3)^{6-0} = \binom{6}{0} (0.3)^6$$

$$= 0.3^6 = 0.000729$$

$$(٢) \text{ ل (س ≤ ٤) } = \text{ل (س = ٤)} + \text{ل (س = ٣)} + \text{ل (س = ٢)} + \text{ل (س = ١)} + \text{ل (س = ٠)}$$

$$\text{ل (س = ٤)} = \binom{6}{4} (0.7)^4 (0.3)^2 = \frac{15!}{4!2!} (0.7)^4 (0.3)^2$$

$$= 15 \times 14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times (0.7)^4 (0.3)^2$$

$$= 15 \times 14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 0.2401 \times 0.09 = 0.324135$$



$$\text{ل (س = ٦) } = \binom{6}{6} (0.7)^6 (0.3)^0 = 1 \times (0.7)^6 = 0.117649$$

$$\text{ل (س = ٥) } = 0.000729 \text{ (من الفرع (١))}$$

$$\text{ل (س ≤ ٤) } = 0.000729 + 0.117649 + 0.324135 = 0.442513$$



$$(٣) \text{ ل (س ≥ ٢) } = \text{ل (س = ٢)} + \text{ل (س = ٣)} + \text{ل (س = ٤)} + \text{ل (س = ٥)} + \text{ل (س = ٦)}$$

$$\text{ل (س = ٠) } = \binom{6}{0} (0.7)^0 (0.3)^6 = 1 \times (0.3)^6 = 0.000729$$

$$\text{ل (س = ١) } = \binom{6}{1} (0.7)^1 (0.3)^5 = 6 \times 0.7 \times 0.3^5 = 0.010206$$

$$\text{ل (س = ٢) } = \binom{6}{2} (0.7)^2 (0.3)^4 = 15 \times 0.7^2 \times 0.3^4 = 0.098796$$

$$= 15 \times 0.49 \times 0.081 = 0.098796$$

$$= 0.098796 \times 10 = 0.98796$$

$$\text{ل (س ≥ ٢) } = 0.098796 + 0.010206 + 0.000729 = 0.109731$$



تدريب (٤):

غرس مزارع ٧ شتلات، وكانت نسبة احتمال نجاح غرس الشتلة الواحدة هي ٦٠%. ما احتمال نجاح غرس ٣ شتلات على الأقل؟

الحل:

$$n = 7, p = 0,6$$

المطلوب: $P(X \leq 3) = P(X = 3) + P(X = 2) + P(X = 1) + P(X = 0)$

$$P(X = 0) = \binom{7}{0} (0,6)^0 (0,4)^7 = 0,016384$$

$$P(X = 1) = \binom{7}{1} (0,6)^1 (0,4)^6 = 0,04096$$

$$P(X = 2) = \binom{7}{2} (0,6)^2 (0,4)^5 = 0,036864$$

$$P(X = 3) = \binom{7}{3} (0,6)^3 (0,4)^4 = 0,036864$$

$$P(X \leq 3) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) = 0,096256$$

$$P(X \leq 3) = 0,096256 - 0,016384 = 0,079872$$