

إجابات كتاب التمارين

قاعدة السلسلة

أجد مشتقة كل اقتران مما يأتي:

(1) $f(x) = 4x - 1$

$$f'(x) = 4 \cdot 1 = 4$$

(2) $f(x) = 33 - x^2$

$$f'(x) = 3(3 - x^2) - 12f'(x) = -32(3 - x^2) - 32(-2x) = 3x(3 - x^2)3$$

(3) $f(x) = (3 + 4x)^5$

$$f'(x) = 5(3 + 4x)^4 \cdot 4 = 20(3 + 4x)^4$$

(4) $f(x) = (8 - x)^{100}$

$$f'(x) = 100(8 - x)^{99}(-1) = -100(8 - x)^{99}$$

(5) $f(x) = x^2 + (200 - x)^2$

$$f'(x) = 2x + 2(200 - x) \cdot (-1) = 2x - 2(200 - x) = 2x - 400 + 2x = 4x - 400$$

(6) $f(x) = (x + 5)^7 + (2x + 3)^6$

$$f'(x) = 7(x + 5)^6(1) + 6(2x + 3)^5(2) = 7(x + 5)^6 + 12(2x + 3)^5$$

(7) $f(x) = x^5 + 6x^3$

$$f'(x) = (x^5 + 6x^3) \cdot 13f'(x) = 13(x^5 + 6x^3) - 23(5x^4 + 6) = 5x^4 + 63(5x^4 + 6x^3)23$$

(8) $f(x) = 1(x^2 - 3)^3$

$$f'(x) = (x^2 - 3) - 3f'(x) = -3(x^2 - 3) - 4(2x) = -6x(x^2 - 3)4$$

(9) $f(x) = 12x^2 + 16 - x^2$

$$f'(x) = x + -2x \cdot 216 - x^2 = x - x \cdot 16 - x^2$$

أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي عند قيمة المعطاة:

$$(10) f(x) = 4x^3 + (x-2)^4, x=2$$

$$f'(x) = 12x^2 + 4(x-2)^3 \quad f'(2) = 12(4) + 4(2-2)^3 = 48$$

$$(11) f(x) = x^2 + 8x, x=8$$

$$f'(x) = 2x + 8 \quad f'(8) = 8 + 8 = 16$$

أستعمل قاعدة السلسلة في إيجاد $\frac{dy}{dx}$ لكل ممّا يأتي:

$$(12) y = u^3 - 7u^2, u = x^2 + 3$$

$$\frac{dy}{du} = 3u^2 - 14u \quad \frac{du}{dx} = 2x \quad \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx} = (3u^2 - 14u) \times 2x = 6x(x^2 + 3)^2 - 28x(x^2 + 3)$$

$$(13) y = 7 - 3u, u = x^2 - 9$$

$$\frac{dy}{du} = -3 \quad \frac{du}{dx} = 2x \quad \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx} = -3 \times 2x = -6x$$

أستعمل قاعدة السلسلة في إيجاد $\frac{dy}{dx}$ لكل ممّا يأتي عند قيمة المعطاة:

$$(14) f(x) = u^3 - 5(u^3 - 7u)^2, u = x, x=4$$

$$\frac{dy}{du} = 3u^2 - 10(u^3 - 7u)(3u^2 - 7) \quad \frac{du}{dx} = 1$$

$$u = 2 \text{ فإن } x = 4 \text{ عندما}$$

$$\frac{dy}{dx} \Big|_{x=4} = \frac{dy}{du} \Big|_{u=2} \times \frac{du}{dx} \Big|_{x=4} = 3(4) - 10(8 - 14)(12 - 7) = 312$$

$$(15) f(x) = 2u^3 + 3u^2, u = x + x, x=1$$

$$dydu = 6u^2 + 6ududx = 1 + 12x$$

$u = 2$ فإن $x = 1$ عندما

$$dydx|_{x=1} = dydu|_{u=2} \times dudx|_{x=1} = 6(4) + 6(2) = 36$$

$$1 = 1 + 12 = 32 \quad dydx|_{x=1} = 36 \times 32 = 54$$

تلوث: توصلت دراسة بيئية إلى نمذجة مقدار التلوث في إحدى البحيرات باستعمال الاقتران: $P(t) = (t14+3)^3$ ، حيث t الزمن بالسنوات، علماً بأن P يقاس بأجزاء من المليون:

(16) أجد معدل تغير مقدار التلوث في البحيرة بالنسبة إلى الزمن t .

$$P'(t) = 3(t14+3)^2 \times 14t - 34 = 3(t14+3)^2 4t34$$

(17) أجد معدل تغير مقدار التلوث في البحيرة بعد 16 عاماً.

$$P'(16) = 3(2+3)^2 4(8) = 7532 \approx 2.34$$

إذا كان: $h(5) = -2$ ، $h'(5) = 6$ ، $g(-2) = 8$ ، $g'(-2) = 4$ فأجد مشتقة كل اقتران مما $x = 5$ يأتي عندما:

$$(18) f(x) = g(h(x))$$

$$f'(x) = g'(h(x)) \times h'(x) \quad f'(5) = g'(h(5)) \times h'(5) = g'(-2) \times 6 = 4 \times 6 = 24$$

$$(19) f(x) = 4(h(x))^2$$

$$f'(x) = 8(h(x)) \times h'(x) \quad f'(5) = 8(h(5)) \times h'(5) = 8 \times -2 \times 6 = -96$$