أتدرب وأحل المسائل

المشتقة الثانية والسرعة المتجهة والتسارع

أجد المشتقة الثانية لكل اقتران مما يأتي:

(1) $f(x)=3x3-4x2+5x$

$f'(x)=9x2-8x+5f''(x)=18x-8$

(2) $f(x)=2ex+x2$

$f'(x)=2ex+2xf''(x)=2ex+2$

(3) $f(x)=2\cos x-x3$

$f'(x)=-2\sin x-3x2f''(x)=-2\cos x-6x$

(4) $f(x)=4\ln x-3x3$

$f'(x)=4(1x)-9x2=4x-9x2f''(x)=-4x2-18x$

(5) $f(x)=x3(x+6)6$

$f'(x)=(x3)(6)(x+6)5(1)+(x+6)6(3x2)=(x+6)5(9x3+18x2)f''(x)=(5)(x+6)4(1)(9x3+18x2)+(x+6)5(27x2+36x)=(x+6)4(72x3+288x2+216x)$

(6) $f(x)=x7\ln x$

$f'(x)=(x7)(1x)+(\ln x)(7x6)=x6+(\ln x)(7x6)f''(x)=6x5+(\ln x)(42x5)+(7x6)(1x)=13x5+(\ln x)(42x5)$

(7) $f(x)=xx+2$

$f'(x)=(x+2)(1)-(x)(1)(x+2)2=2(x+2)2f''(x)=-2\times2(x+2)(1)(x+2)4=-4(x+2)(x+2)4=-4(x+2)3$

(8) $f(x)=\sin x2$

$f'(x)=2x\cos x^2 f''(x)=(2x)(-2x\sin x^2)+(\cos x^2)(2)=-4x^2\sin x^2+2\cos x^2$

(9) $f(x)=2x-3$

$f'(x)=-6x-4 f''(x)=24x-5$

(10) $f(x)=x^3-5x$

$f(x)=x^3-5x=x^3-5x^{-1} f'(x)=3x^2+5x^{-2} f''(x)=6x-10x^{-3}$

(11) $f(x)=x$

$f(x)=x=x^{12} f'(x)=12x^{-12} f''(x)=-14x^{-32}=-14x^3$

(12) $f(x)=2-4x+x^2-x^3$

$f'(x)=-4+2x-3x^2 f''(x)=2-6x$

أجد المشتقة الثانية لكل اقتران ممّا يأتي عند قيمة x المعطاة:

(13) $f(x)=8x^3-3x+4x$, $x=-2$

$f(x)=8x^3-3x+4x=8x^3-3x+4x^{-1} f'(x)=24x^2-3-4x^{-2} f''(x)=48x+8x^{-3} f''(-2)=48(-2)+8(-2)^{-3}=-96-1=-97$

(14) $f(x)=12x-4$, $x=3$

$f'(x)=-2(2x-4)^2 f''(x)=2\times2\times(2x-4)^{1}\times2(2x-4)4=8(2x-4)3 f''(3)=8(2(3)-4)3=88=1$

(15) إذا كان: $f(x)=px^3-3px^2+x-4$ ، وكانت: $f''(2)=-1$ ، فأجد قيمة الثابت p .

$f'(x)=3px^2-6px+1 f''(x)=6px-6p f''(2)=6p(2)-6p-1=12p-6p6p=-1p=-16$

يمثل الاقتران: $s(t)=t^5-20t^2,\ t\geq0$ موقع جسم يتحرك على خط مستقيم حيث

s الموقع بالأمتار، و t الزمن بالثواني:

(16) ما سرعة الجسم المتجهة عندما $t = 3$ ؟

$$v(t)=5t4-40tv(3)=5(3)4-40(3)=405-120=285m/s$$

(17) في أي اتجاه يتحرك الجسم عندما $t = 3$ ؟

بما أن إشارة السرعة المتجهة موجبة، فإن الجسم يتحرك في الاتجاه الموجب (إلى اليمين) عندما $t = 3$.

(18) ما تسارع الجسم عندما $t = 3$ ؟

$$a(t)=20t3-40a(3)=20(3)3-40=540-40=500m/s2$$

(19) أجد قيم t التي يكون عندها الجسم في حالة سكون لحظي.

يكون الجسم في حالة سكون لحظي عندما تكون سرعته المتجهة 0

$$5t4-40t=05t(t3-8)=0t=0ort=2$$

يمثل الاقتران: $s(t)=3t1+t\ ,\ t\geq 0$ موقع جسم يتحرك في مسار مستقيم، حيث s الموقع بالأمتار، و t الزمن بالثواني:

(20) ما سرعة الجسم المتجهة عندما $t = 4$ ؟

$$s(t)=3t1+tv(t)=(1+t)(3)-(3t)(1)(1+t)2=3(1+t)2v(4)=3(1+4)2=325=0.12m/s$$

(21) في أي اتجاه يتحرك الجسم عندما $t = 4$ ؟

بما أن إشارة السرعة المتجهة موجبة، فإن الجسم يتحرك في الاتجاه الموجب (إلى اليمين) عندما $t = 4$.

(22) ما تسارع الجسم عندما $t = 4$ ؟

$$a(t)=-3\times2(1+t)(1)(1+t)4=-6(1+t)3a(4)=-6(1+4)3=-6125=-0.048m/s2$$

لوح تزلج: يتحرك رامي في مسار مستقيم على لوح تزلج بحيث يمكن نمذجة موقعه باستعمال الاقتران: $s(t) = t^2 - 8t + 12$ ، حيث s الموقع بالأمتار، و t الزمن بالثواني:

(23) ما سرعة رامي المتجهة بعد 6 ثوانٍ من بدء حركته؟

$v(t)=2t-8 v(6)=2(6)-8=4 m/s$

(24) ما تسارع رامي بعد 6 ثوانٍ من بدء حركته؟

$a(t)=2 a(6)=2 m/s2$

(25) أجد قيم t التي يكون عندها رامي في حالة سكون لحظي.

يكون رامي في حالة سكون لحظي عندما تكون سرعته المتجهة 0

$2t-8=0 \rightarrow t=4$