اختبار نهاية الوحدة

الإحصاء والاحتمالات

أختار رمز الإجابة الصحيحة في كل مما يأتي:

(1) إذا كان: $X\sim B(4,0.4)$، فإن: $P(X=3)$ يساوي:

a) 0.1536

b) 0.0384

c) 0.064

d) 0.3456

$X\sim B(4,0.4)P(X=3)=(43)(0.4)3(0.6)1=0.1536$.........a

(2) إذا كان X متغيراً عشوائياً ذا حدين، وكان معامله $n=320$، وتوقعه 60، فإن المعامل P هو:

a) 316

b) 1316

c) 34

d) 516

$E(X)=np\Rightarrow 60=320p\Rightarrow p=60320=316$...........a

(3) إذا كان : $X\sim B(8,0.1)$، فإن: $P(X<2)$ إلى أقرب 4 منازل عشرية يساوي:

a) 0.3826

b) 0.8131

c) 0.4305

d) 0.1488

$X\sim B(8,0.1)P(X<2)=P(X=0)+P(X=1)=(80)(0.1)0(0.9)8+(81)(0.1)1(0.9)7=0.8131$.........b

(4) إذا كان X متغيراً عـشوائياً ذا حدين، وكان توقعه 8 وتباينه 203، فإن المعامل n هو:

a) 32

b) 64

c) 56

d) 48

$(X)=np(1-p)\Rightarrow np(1-p)=2038(1-p)=203X\sim B(n,p)E(X)=8\Rightarrow np=8Var$
$\Rightarrow 1-p=56\Rightarrow p=16np=8\Rightarrow n(16)=8\Rightarrow n=48$.........d

(5) النسبة المئوية لمساحة المنطقة المحصورة بين $\mu-3\sigma,\mu+3\sigma$ أسفل منحنى التوزيع الطبيعي هي:

a) 68%

b) 95%

c) 99.7%

d) 89.7%

(6) إذا كانت علامات 2000 طالب في أحد الاختبارات تتبع توزيعاً طبيعياً، وسطه الحسابي 83، وانحرافه المعياري 4، فإن عدد الطلبة الذين تقل علاماتهم عن 80 هو تقريباً:

a) 453

b) 1547

c) 1567

d) 715

$P(X<80)=P(Z<80-834)=P(Z<-0.75)=1-P(Z<0.75)=1-0.7734=0.2266n=2000\times0.2266=453.2\approx453$...........a

إذا كان: (0.3X~Geo))، فأجد كلاً مما يأتي:

(P(X=4) (7

$(0.3)P(X=4)=(0.3)(0.7)3=0.1029X\sim Geo$

(P(3<X≤5) (8

$P(3<X\leq5)=P(X=4)+P(X=5)=(0.3)(0.7)3+(0.3)(0.7)4=0.17493$

(P(X>4) (9

$P(X>4)=1-P(X\leq4)=1-(P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)+P(X=4))=1-((0.3)(0.7)0+(0.3)(0.7)1+(0.3)(0.7)2+(0.3)(0.7)3)=0.2401$

(E(X) (10

$E(X)=10.3=103$

إذا كان: X~B(6,0.3)، فأجد كلاً مما يأتي:

(P(X=2) (11

$X\sim B(6,0.3)P(X=2)=(62)(0.3)2(0.7)4=0.324135$

(P(X>4) (12

$P(X>4)=P(X=5)+P(X=6)=(65)(0.3)5(0.7)1+(66)(0.3)6(0.7)2=0.01056321$

(P(2≤X<3) (13

$P(2\leq X<3)=P(X=2)=(62)(0.3)2(0.7)4=0.324135$

(E(X) (14

$E(X)=6(0.3)=1.8$

أجد كلاً مما يأتي، مستعملاً جدول التوزيع الطبيعي المعياري:

15) $P(Z<1.93)$

$P(Z<1.93)=0.9732$

16) $P(Z<0.72)$

$P(Z<0.72)=0.7642$

17) $P(Z>-1.04)$

$P(Z>-1.04)=P(Z<1.04)=0.8508$

18) $P(-1.7<Z<3.3)$

$P(-1.7<Z<3.3)=P(Z<3.3)-P(Z<-1.7)=P(Z<3.3)-(1-P(Z<1.7))=0.9995-(1-0.9554)=0.9995-0.0446=0.9549$

إذا كان: $X\sim N(55,16)$، فأجد كلاً مما يأتي، مستعملاً جدول التوزيع الطبيعي المعياري:

19) $P(X\leq 50)$

$X\sim N(55,42)P(X\leq 50)=P(Z\leq 50-554)=P(Z\leq -1.25)=1-P(Z<1.25)=1-0.8944=0.1056$

20) $P(50<X<58)$

$P(50<X<58)=P(50-554<Z<58-554)=P(-1.25<Z<0.75)=P(Z<0.75)-P(Z<-1.25)=P(Z<0.75)-(1-P(Z<1.25))=0.7734-(1-0.8944)=0.7734-0.1056=0.6678$

21) $P(56<X<59)$

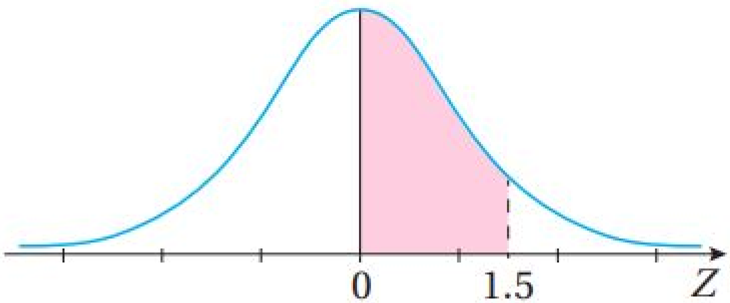
$P(56<X<59)=P(56-554<Z<59-554)=P(0.25<Z<1)=P(Z<1)-P(Z<0.25)=0.8413-0.5987=0.2426$

22) $P(X>55)$

$P(X>55)=P(Z>55-554)=P(Z>0)=1-P(Z\leq 0)=1-0.5=0.5$

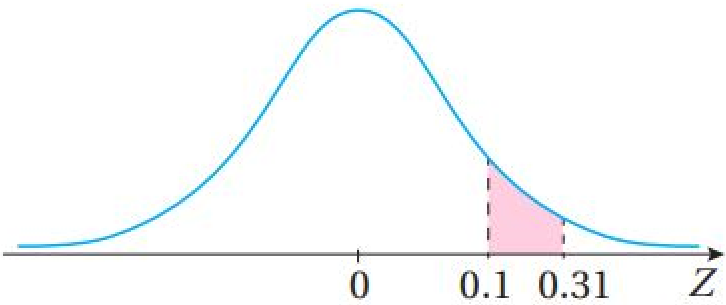
أجد مساحة المنطقة المظللة أسفل منحنى التوزيع الطبيعي المعياري في كل مما يأتي:

23



$P(0<Z<1.5)=P(Z<1.5)-P(Z<0)=0.9332-0.5=0.4332$

24



$P(0.1<Z<0.31)=P(Z<0.31)-P(Z<0.1)=0.6217-0.5398=0.0819$

(25) تبين في مصنع للمصابيح الكهربائية أنّ احتمال أن يكون أي مصباح من إنتاج المصنع تالفاً هو 0.17، إذا اختير 100 مصباح عشوائياً من إنتاج المصنع، فأجد العدد المتوقع من المصابيح التالفة.

$X\sim B(100,0.17)E(X)=100(0.17)=17$

العدد المتوقع من المصابيح التالفة هو 17 مصباحاً.

أخذت نور تراقب السيارات المارة أمام منزلها. إذا كان احتمال أن تمر أي سيارة زرقاء من أمام منزلها هو 0.1، فأجد كلاً مما يأتي:

(26) احتمال عدم مرور أي سيارة زرقاء مـن بين أول 5 سيارات مرت أمام المنزل.

$X\sim Geo(0.1)$ $P(X>5)=1-P(X\le 5)=1-(P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)+P(X=4)+P(X=5))=1-((0.1)(0.9)^0+(0.1)(0.9)^1+(0.1)(0.9)^2+(0.1)(0.9)^3+(0.1)(0.9)^4)=0.59049$

(27) احتمال مرور أكثر من 3 سيارات حتى شاهدت نور أول سيارة زرقاء.

$P(X>3)=1-P(X\le 3)=1-(P(X=1)+P(X=2)+P(X=3))=1-((0.1)(0.9)^0+(0.1)(0.9)^1+(0.1)(0.9)^2)=0.729$

أجد القيمة a التي تحقق كل احتمال مما يأتي:

28) $P(Z<a)=0.638$

$P(Z<a)=0.638\Rightarrow z=0.35$

29) $P(Z>a)=0.6$

الاحتمال المعطى يمثل المساحة التي تقع يمين القيمة المعيارية a أسفل منحنى التوزيع الطبيعي.

بما أن قيمة الاحتمال أكبر من 0.5، فهذا يعني أن قيمة a سالبة، وأنه يمكن استبدال القيمة z- بها.

$P(Z>a)=P(Z>-z)\Rightarrow 0.6=P(Z>-z)\Rightarrow 0.6=P(Z<z)\Rightarrow P(Z<z)=0.6\Rightarrow z=0.25\Rightarrow a=-0.25$

تعبئة: يعبئ مصنع حبوب الحمص في أكياس تتبع كتلها توزيعاً طبيعياً، وسطه الحسابي 250g، وانحرافه المعياري 4g:

(30) أجد نسبة أكياس الحمص التي تزيد كتلة كل منها على 260g.

$X \sim N(250,42) P(X>260)=P(Z>260-2504)=P(Z>2.5)=1-P(Z<2.5)=1-0.9938=0.0062$

(31) أجد نسبة أكياس الحمص التي تتراوح كتلة كل منها بين 240g و250g.

$P(240<X<250)=P(240-2504<Z<250-2504)=P(-2.5<Z<0)=P(Z<0)-P(Z<-2.5)=P(Z<0)-(1-P(Z<2.5))=0.5-(1-0.9938)=0.5-0.0062=0.4938$

في دراسة لإحدى شركات الاتصالات، تبين أن 30% من المشتركين يستعملون هواتفهم المحمولة لإجراء مكالمتين فقط يومياً. إذا اختير 20 شخصاً من المشتركين عشوائياً، فأجد كلاً مما يأتي:

(32) احتمال أن يجري 4 منهم فقط مكالمتين هاتفيتين في اليوم الواحد.

$X \sim B(20,0.3) P(X=4)=(204)(0.3)4(0.7)16=0.1304$

(33) احتمال أن يجري اثنان منهم على الأقل مكالمتين هاتفيتين في اليوم الواحد.

$P(X \geq 2)=1-(P(X=0)+P(X=1))=1-((200)(0.3)0(0.7)20+(201)(0.3)1(0.7)19)=0.9924$

(34) تنتج إحدى الشركات قوارير زيت، ويفترض أن تحوي كل قارورة منها نصف لتر من الزيت، وأن يتبع حجم الزيت في هذه القوارير توزيعاً طبيعياً، وسطه الحسابي 506mL، وانحرافه المعياري 3mL. إذا احتوى صندوق على 100 قارورة توضع عشوائياً، فأجد عدد القوارير في هذا الصندوق التي تحوي كل منها زيتاً أقل من نصف لتر.

$X \sim N(506,32) 0.5L=500mL P(X<500)=P(Z<500-5063)=P(Z<-2)=1-P(Z<2)=1-0.9772=0.0228 n=100 \times 0.0228=2.28 \approx 2$

عدد القوارير التي تحوي كل منها زيتاً أقل من نصف لتر هو 2 تقريباً.