أتدرب وأحل المسائل

الأسئلة (1 - 20)

الاشتقاق

xأبحث قابلية اشتقاق كل اقتران ممّا يأتي عند قيمة المعطاة:

(1) f(x)=|x−5|, x=5

f′(5)=limh→0f(5+h)−f(5)h=limh→0|(5+h)−5|−0h=limh→0|h|hf+′(5)=limh→0+hh=1f−′(5)=limh→0−−hh=−1

'(5fبما أن النهايتين من اليمين واليسار غير متساويتين، فإن) غير موجودة، أي أنّ f غير قابل للاشتقاق عند $x = 5$

(2) f(x)=x2/5, x=0

f′(0)=limh→0f(0+h)−f(0)h=limh→0(h)25−0h=limh→0h25h=limh→01h35f+′(0)=∞f−′(0)=−∞

'(0 f) غير موجودة، إذن f غير قابل للاشتقاق عند $x = 0$

(3) f(x)={x2, x≤1x2−2x, x>1, x=1

f+′(1)=limh→0f(1+h)−f(1)h=limh→0(1+h)2−2(1+h)−1h=limh→01+2h+h2−2−2h−1h=limh→0h2−2h=−∞

f+′(1) غير موجودة، إذن f غير قابل للاشتقاق عند $x = 1$

(4) f(x)=3x, x=4

f′(4)=limh→0f(4+h)−f(4)h=limh→03+h4+34h=limh→012−12−3h4h(4+h)=limh→0−34(4+h)=−316

$x = 4$ قابل للاشتقاق عند f غير موجودة، إذن (4)' f

(5) f(x)=(x−6)2/3, x=6

f′(6)=limh→0f(6+h)−f(6)h=limh→0(6+h−6)23−0h=limh→0(h)23h=

limh→01h13f+′(6)=∞f−′(6)=−∞

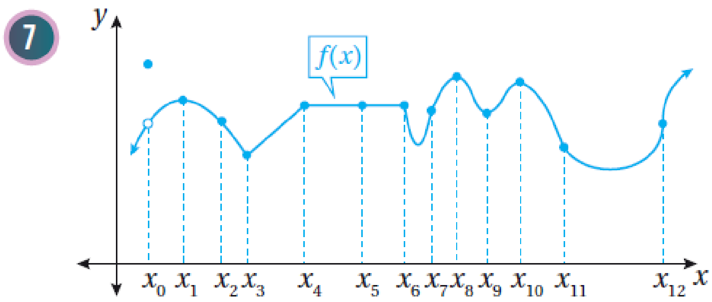
$f\,'(6)$ غير موجودة، إذن f غير قابل للاشتقاق عند $x = 6$

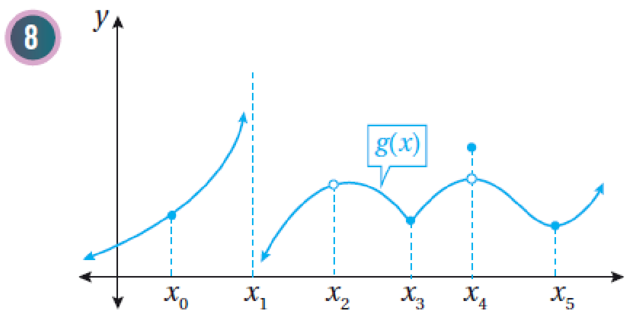
(6) f(x)={x+1, x≠43, x=4, x=4

f′(4)=limh→0f(4+h)−f(4)h=limh→04+h+1−3h=limh→0h+2hf+′(4)=∞f−′(4)=−∞

$f\,'(4)$ غير موجودة، إذن f غير قابل للاشتقاق عند $x = 4$

أحدد قيم x للنقاط التي لا يكون عندها كلّ اقتران ممّا يأتي قابلاً للاشتقاق، مبرراً إجابتي:





(7) الاقتران f غير قابل للاشتقاق عندما $x = x_3,\ x = x_4,\ x = x_6$ ؛ لأن لمنحنى رأس حاد أو زاوية عند هذه النقاط.

وهو غير قابل للاشتقاق عندما $x = x_0$ ؛ لأنه غير متصل عندها،

وهو غير قابل للاشتقاق عندما $x = x_{12}$ ؛ نظراً لوجود مماس رأسي عند هذه النقطة.

(8) الاقتران g غير قابل للاشتقاق عندما $x = x_3$؛ لأن لمنحنى زاوية عند هذه النقطة.

وهو غير قابل للاشتقاق عندما $x = x_0$ ؛ لأنه غير متصل عندها،

وهو غير قابل للاشتقاق عندما $x = x_1,\ x = x_2,\ x = x_4$ ؛ لأنه غير متصل عندها.

أحدد قيمة (قيم) x التي لا يكون عندها كلّ اقتران ممّا يأتي قابلاً للاشتقاق:

(9) $f(x)=x-8x2-4x-5$

f اقتران نسبي منحناه متصل وأملس عند جميع نقاطه باستثناء أصفار مقامه،

$x2-4x-5=0 \to (x-5)(x+1)=0 \to x=5 \text{ or } x=-1$

f غير متصل عند $x = -1$, $x = 5$ إذن غير قابل للاشتقاق عندها.

(10) $f(x)=3x-63+5$

$f(x)=3x-63f'(x)=13(3x-6)-23(3)=1(3x-6)23$

غير قابل للاشتقاق الحقيقية f عدا أصفار مقامها، إذن x موجودة عند جميع قيم $f'(x)$ عند $x = 2$

(11) $f(x)=|x2-9|$

$f(x)=|x2-9|=\{9-x2,-3<x<3x2-9,x\le-3 \text{ or } x\ge3$

نبحث قابلية الاشتقاق عند $x = 3$ و $x = -3$:

$f'(3)=\lim h\to0 f(3+h)-f(3)h=\lim h\to0|(3+h)2-9|-0h=\lim h\to0|6h+h2|hf+'(3)=\lim h\to0+6h+h2h=\lim h\to0+(6+h)=6f-'(3)=\lim h\to0--6h-h2h=\lim h\to0-(-6-h)=-6$

fبما أن النهايتين من اليمين واليسار غير متساويتين فإن $f'(3)$ غير موجودة أي أن غير قابل للاشتقاق عند $x = 3$

$f'(-3)=\lim h\to0 f(-3+h)-f(-3)h=\lim h\to0|(-3+h)2-9|-0h=\lim h\to0|6h-h2|hf+'(-3)=\lim h\to0+6h-h2h=\lim h\to0+(6-h)=6f-'(-3)=\lim h\to0--6h+h2h=\lim h\to0-(-6+h)=-6$

fبما أن النهايتين من اليمين واليسار غير متساويتين فإن $f'(-3)$ غير موجودة أي أن غير قابل للاشتقاق عند $x = -3$

إذنf غير قابل للاشتقاق عند $x = -3$, $x = 3$

(12) إذا كان: $f(x)=x|x|$ ، فأثبت أنّ $f′(0)$ موجودة.

$f(x)=x|x| f′(0)=\lim h→0 f(0+h)−f(0)h=\lim h→0 h|h|−0h=\lim h→0 |h||h|=\{−h,h<0 h,h≥0 f+′(0)=\lim h→0 h=0 f−′(0)=\lim h→0(−h)=0$

بما أن النهايتين من اليمين واليسار متساويتان، إذن $f′(0)$ موجودة.

أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي:

(13) $f(x)=2\sin x−ex$

$f′(x)=2\cos x−ex$

(14) $f(x)=\ln x4−π \cos x$

$f′(x)=14x+π \sin x$

(15) $f(x)=\ln (1x3)+x4$

$f(x)=\ln (1x3)+x4=\ln 1−\ln x3+x4=−3\ln x+x4f′(x)=−3x+4x3$

(16) $f(x)=ex+1+1$

$f(x)=ex+1+1=e×ex+1f′(x)=e×ex=ex+1$

(17) $f(x)=ex+xe$

$f′(x)=ex+e xe−1$

(18) $f(x)=\ln (10xn)$

$f(x)=\ln (10xn)=\ln 10−\ln xn=\ln 10−n \ln xf′(x)=−n(1x)=−nx$

إذا كان: $f(x)=\sin x+12ex$ ، فأجيب عن السؤالين الآتيين تباعاً:

(19) أجد معادلة المماس لمنحنى الاقتران f عند النقطة $(π , 12eπ)$.

$f′(x)=\cos x+12ex$

ميل المماس عند النقطة (π , 12eπ) :

f′(π)=cos π+12eπ=−1+12eπ

معادلة المماس عند النقطة (π , 12eπ) :

y−12eπ=(−1+12eπ)(x−π)y=(−1+12eπ)x+π−π2eπ+12eπ

(20) أجد معادلة العمودي على المماس لمنحنى الاقتران *f* عند النقطة (π , 12eπ).

بما أن ميل المماس عند النقطة (π , 12eπ) هو −1+12eπ ، فإن ميل العمودي على المماس هو:

−1−1+12eπ=−2−2+eπ=22−eπ

معادلة العمودي على المماس هي:

y−12eπ=22−eπ(x−π)→y=22−eπx−2π2−eπ+12eπ