

إجابات كتاب التمارين

مشتقتا الضرب والقسمة والمشتقات العليا

أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي:

$$(1) f(x) = \sin x x$$

$$f'(x) = x \cos x - \sin x x^2$$

$$(2) f(x) = -\cos x - \sin x$$

$$f'(x) = \csc x \cot x - \cos x$$

$$(3) f(x) = x + cx + cx$$

$$f(x) = x^2 + cx^2 + c, x \neq 0$$

$$f'(x) = (2x + c)(x^2 + c) - 2x(x^2 + cx)(x^2 + c)^2 = 2cx - cx^2 + c^2(x^2 + c)^2, x \neq 0$$

$$(4) f(x) = x \cos x$$

$$f'(x) = -x \csc^2 x + \cot x$$

$$(5) f(x) = 4x - x^2 \tan x$$

$$f'(x) = 4 - x^2 \sec^2 x - 2x \tan x$$

$$(6) f(x) = \cos x x^2$$

$$f'(x) = -x^2 \sin x - 2x \cos x x^4 = -x \sin x - 2 \cos x x^3$$

$$(7) f(x) = x(1 - 4x + 3)$$

$$f(x) = x - 4x^2 + 3x$$

$$f'(x) = 1 - 4(2x + 3) - 4x(2x + 3)^2 = 1 - 12(2x + 3)^2$$

$$(8) f(x) = 3(1 - \sin x)^2 \cos x$$

$$f'(x) = -6 \cos^2 x - (3 - 3 \sin x)(-2 \sin x)(2 \cos x)^2 = -6 + 6 \sin x 4 \cos^2 x$$

$$(9) f(x) = (x + 1) e^x$$

$$f'(x) = (x + 1) e^x + e^x = (x + 2) e^x$$

أجد معادلة المماس لكل اقتران ممّا يأتي عند النقطة المعطاة:

$$(10) f(x) = x^2 \cos x, (\pi^2, 0)$$

$$f'(x) = -x^2 \sin x + 2x \cos x$$

ميل المماس:

$$f'(\pi^2) = -\pi^2 4$$

معادلة المماس:

$$y - 0 = -\pi^2 4 (x - \pi^2) \rightarrow y = -\pi^2 4 x + \pi^2 38$$

$$(11) f(x) = 1 + \sin x \cos x, (\pi, -1)$$

$$f'(x) = (\cos x)(\cos x) + \sin x(1 + \sin x)\cos^2 x = 1 + \sin x \cos^2 x$$

ميل المماس:

$$f'(\pi) = 1 + 1 = 1$$

معادلة المماس:

$$y + 1 = 1(x - \pi) \rightarrow y = x - \pi - 1$$

أجد إحداثيي النقطة (النقاط) التي يكون عندها لمنحنى كل اقتران ممّا يأتي مماس أفقي:

$$(12) f(x) = 2x - 1x^2$$

$$f'(x) = 2x^2 - 4x^2 + 2xx^4 = -2x + 2x^3 = 0 \rightarrow x = 1$$

النقطة المطلوبة هي:

$$(1, f(1)) = (1, 1)$$

$$(13) h(x) = x^2 x^2 + 1$$

$$h'(x) = 2x(x^2 + 1) - 2x^3 (x^2 + 1)^2 = 2x (x^2 + 1)^2 = 0 \rightarrow x = 0$$

النقطة المطلوبة هي:

$$(0, h(0)) = (0, 0)$$

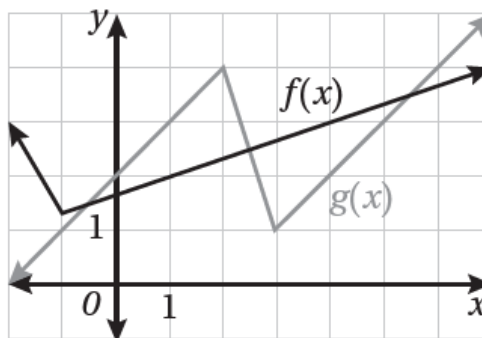
$$(14) g(x) = 8(x - 2) e^x$$

$$g'(x) = 8e^x - 8e^x(x - 2) e^{2x} = 8e^x (3 - x) e^{2x} = 8(3 - x) e^x = 0 \rightarrow x = 3$$

النقطة المطلوبة هي:

$$(3, g(3)) = (3, 8e^3)$$

$f(x)$ و $g(x)$ الشكل المجاور منحنيي الاقترانين: ، إذا كان: $u(x) = f(x)g(x)$ ، وكان: $v(x) = f(x)g(x)$ ، فأجد كلاً ممّا يأتي:



$$(15) u'(1)$$

$$u'(1) = f(1)g'(1) + g(1)f'(1) = 2 \times 1 + 3 \times 1 = 3$$

$$(16) v'(4)$$

$$v'(4) = g(4)f'(4) - f(4)g'(4)(g(4))^2 = 2 \times 13 - 3 \times 1(2)^2 = -2712$$

(17) إذا كان: $f(x) = x \sec x$ ، فأثبت أنّ $f'(x) = \sec x (1 + x \tan x)$.

$$f'(x) = x \sec x \tan x + \sec x = \sec x (1 + x \tan x)$$

(18) $f(x) = \ln xx$ ، حيث $x > 0$ ، فأجد $f'(x)$ ، و $f''(x)$. إذا كان

$$f'(x) = x \times 1x - \ln xx^2 = 1 - \ln xx^2 = 1x^2 - \ln xx^2$$

$$f''(x) = -2x^3 - x^2 \times 1x - 2x \ln xx^4 = -3 + 2 \ln xx^3$$

$v(t) = 102t + 15$ ، $t \geq 0$ يمثل الاقتران: السرعة المتجهة للسيارة بدأت الحركة في مسار مستقيم، حيث تقاس v بالقدم لكل ثانية:

(19) أجد تسارع السيارة عندما $t = 5$.

$$a(t) = -20(2t + 15)^2$$

$$a(5) = -20(10 + 15)^2 = -0.032 \text{ ft/s}^2$$

(20) أجد تسارع السيارة عندما $t = 20$.

$$a(20) = -20(40 + 15)^2 \approx -0.007 \text{ ft/s}^2$$

(21) يعطى طول مستطيل بالمقدار $6t + 5$ ، ويعطى عرضه بالمقدار t ، حيث t الزمن بالثواني، والأبعاد بالسنتيمترات. أجد معدل تغيّر مساحة المستطيل بالنسبة إلى الزمن.

$$A = t(6t + 5) = 6t^2 + 5t$$

$$dAdt = 9t^2 + 52t - 12 = 9t + 52t \text{ cm}^2/\text{s}$$