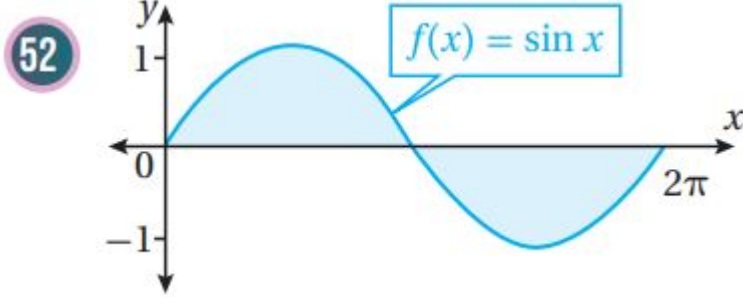


## مهارات التفكير العليا

### تكامل اقترانات خاصة

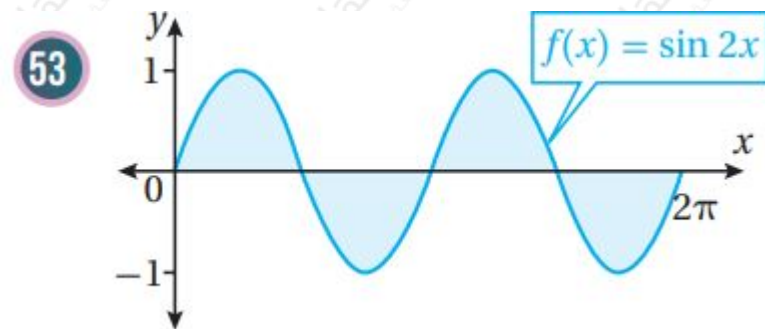
تبرير: أجد مساحة المنطقة المظلمة في كل من التمثيلين البيانيين الآتين، مبرراً إجابتي;



$$\int_0^{2\pi} \sin x \, dx = (-\cos x) \Big|_0^{2\pi} = (-\cos 2\pi) - (-\cos 0) = -1 - (-1) = 0$$

ملحوظة: يمكن الاستفادة من التماثل وإيجاد المساحة المطلوبة كما يأتي:

$$\int_0^{2\pi} \sin x \, dx = 2 \int_0^{\pi} \sin x \, dx = 2(-\cos x) \Big|_0^{\pi} = 2(-\cos \pi + \cos 0) = 2(1 + 1) = 4$$



$$\int_0^{2\pi} \sin 2x \, dx = \left(-\frac{1}{2} \cos 2x\right) \Big|_0^{2\pi} = \left(-\frac{1}{2} \cos 4\pi\right) - \left(-\frac{1}{2} \cos 0\right) = -\frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{2}\right) = 0$$

والأسهل هو الاستفادة من التماثل وإيجاد المساحة المطلوبة كما يأتي:

$$\int_0^{2\pi} \sin 2x \, dx = 2 \int_0^{\pi} \sin 2x \, dx = 2 \left(-\frac{1}{2} \cos 2x\right) \Big|_0^{\pi} = -2(\cos 2\pi - \cos 0) = -2(1 - 1) = 0$$

تحد: أجد كلاً من التكاملات الآتية:

$$\int_0^{\pi} (\sec x - \cos x) \, dx$$

$$\int \frac{1}{x-1} dx = \int \frac{1}{x} dx - \int \frac{1}{x-1} dx = \int \sec^2 x \cos x (\sin x \cos x dx = \int \sec x - \cos x \sin \sec x$$

$$\int \frac{1}{x-1} dx + C | \tan x$$

$$\int (x dx (55x^2 + \sin \cot f$$

$$\int \frac{1}{x+1} dx = \int x^2 \csc x \csc x + 1 dx = -12 \int -2 \cot x^2 \csc x \csc x dx = \int \cot x^2 + \sin \cot f$$

$$\int \frac{1}{x+1} dx + C | 2 \csc x + 1 | + C = -12 \ln | 2 \csc - 12 \ln$$

$$\int (x^3 dx (561x \ln f$$

$$\int \frac{1}{x} dx + C | \ln x dx = 13 \ln x dx = 13 \int 1 x \ln x^3 dx = \int 13 x \ln 1 x \ln f$$

(57) تبرير: إذا كان:  $\int_0.5 \ln f (1x - 12x + 3) dx = 0$ , فأجد قيمة الثابت  $a$ , حيث:  $a > 0$ .

$$(2a+3) - (-12 \ln a - 12 \ln | 2x+3 |) | 1a = (\ln | x | - 12 \ln 1a (1x - 12x + 3) dx = (\ln f$$

$$5 = 0.5a^{2a+3} + 12 \ln 5 \Rightarrow \ln a^{2a+3} + 12 \ln 5 = \ln (2a+3) + 12 \ln a - 12 \ln 5 = \ln n$$

$$a^{2a+3} = 0 \Rightarrow a^{2a+3} = 1 \Rightarrow a = 2a+3 \Rightarrow a^2 = 2a+3 \Rightarrow a^2 - 2a - 3 = 0 \Rightarrow (a-5) \ln \ln$$

$$3(a+1) = 0 \Rightarrow a = 3, a = -1 a > 0$$

(58) تبرير: أثبت بطريقتين مختلفتين أن:  $\int_0^{\pi/4} \sin 3x dx - \int_0^{\pi/4} \sin x \cos 0 \pi/4 \cos f$

طريقة أولى:

$$\int_0^{\pi/4} (18 \sin^4 x + \cos^3 x) dx = 12 \int_0^{\pi/4} (\cos x \cos 0 \pi/4 \cos f$$

$$3x dx = 12 \int_0^{\pi/4} (cx \sin \pi/2) - (0+0) = 14 \dots \dots \dots 1 \int_0^{\pi/4} \sin \pi + 14 \sin^4 = (18 \sin$$

$$\pi) - (0-0) \pi^2 - 18 \sin^4 x | 0 \pi/4 = (14 \sin^2 x - 18 \sin^4 x) dx = (14 \sin^2 x - \cos \cos$$

$$3x dx = 14 - 14 = 0 x \sin 3x dx - \int_0^{\pi/4} \sin x \cos = 14 \dots \dots \dots (2) \Rightarrow \int_0^{\pi/4} \cos$$

طريقة ثانية:

$$\int_0^{\pi/4} (3x) dx x \sin 3x - \sin x \cos 3x dx = \int_0^{\pi/4} (\cos x \sin 3x dx - \int_0^{\pi/4} \sin x \cos 0 \pi/4 \cos f$$

$$0) = 0 \pi - \sin^4 x | 0 \pi/4 = 14 (\sin^4 x dx = 14 \sin(x+3x) dx = \int_0^{\pi/4} \cos = \int_0^{\pi/4} \cos$$

(59) تبرير: إذا كان:  $\int (kx) dx = \pi (7 - 62 \pi/4 k \pi/3 k (1 - \pi \sin f$ , فأجد قيمة الثابت  $k$ , مبرراً إجابتي.

$$\pi^3 - \pi^4 k - \pi k k x) | \pi^4 k \pi^3 k = \pi^3 k + \pi k \cos k x) dx = (x + \pi k \cos \pi^4 k \pi^3 k (1 - \pi \sin \int \pi^4 = \pi k (13 + 12 - 14 - 22) = \pi 12 k (7 - 62) \Rightarrow \pi 12 k (7 - 62) = \pi (7 - 62) \Rightarrow k = \cos 112$$

تحد: يتحرك جسيم في مسار مستقيم، وتعطى سرعته المتجهة بالاقتران:

$$v(t) = \begin{cases} 2t+4, & 0 \leq t \leq 6 \\ 20 - (t-8)^2, & 6 < t \leq 10 \end{cases}$$

حيث  $t$  الزمن بالثواني، و  $v$  سرعته المتجهة بالمتري لكل ثانية. إذا بدأ الجسيم حركته من نقطة الأصل، فأجد كلاً مما يأتي:

(60) موقع الجسيم بعد 5 ثوان من بدء الحركة.

$$v(t) = \begin{cases} 2t+4, & 0 \leq t \leq 6 \\ 16t - t^2 - 44, & 6 < t \leq 10 \end{cases} \quad s(t) = \int v(t) dt = \int (2t+4) dt = t^2 + 4t + C_1 \quad 0 \leq t \leq 6$$

$s(0) = 0 \Rightarrow C_1 = 0 \Rightarrow s(5) = 25 + 20 = 45m$

(61) موقع الجسيم بعد 9 ثوان من بدء الحركة.

$$s(t) = \int (16t - t^2 - 44) dt = 8t^2 - \frac{1}{3}t^3 - 44t + C_2 \quad 6 < t \leq 10$$

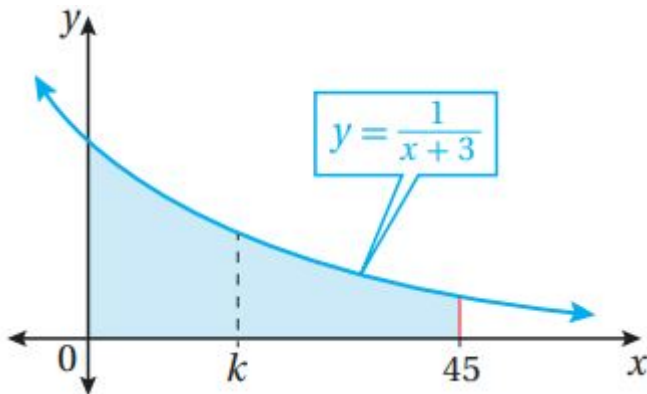
لإيجاد قيمة  $C_2$  نستعمل موقع الجسم عند  $t=6$  موقعاً ابتدائياً بالنسبة للفترة  $6, 10$ :

$$s(6) = 8(6)^2 - \frac{1}{3}(6)^3 - 44(6) + C_2$$

ونحسب  $s(6)$  من اقتران الموقع الذي وجدناه في السؤال السابق بالنسبة للفترة  $[0, 6]$ :

$$s(t) = t^2 + 4t, \quad 0 \leq t \leq 6 \quad s(6) = 6^2 + 4(6) = 60 \quad 60 = 8(6)^2 - \frac{1}{3}(6)^3 - 44(6) + C_2$$

$$60 = -48 + C_2 \Rightarrow C_2 = 108 \Rightarrow s(t) = 8t^2 - \frac{1}{3}t^3 - 44t + 108, \quad 6 < t \leq 10 \quad s(9) = 117m$$



(62) تحد: يبين الشكل المجاور المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران:  $y=1x+3$ ، والمحاور  $x$ ، والمسـتـقيم:  $x=0$ ،  $x=45$ ، أجد قيمة  $k$  التي تقسم المنطقة المطلقة إلى منطقتين متساويتين في الساحة.

$$1612A = \int_0^k \frac{1}{x+3} dx = \ln|x+3| \Big|_0^k = \ln(k+3) - \ln 3$$

$$1612A = \int_0^{45} \frac{1}{x+3} dx = \ln|x+3| \Big|_0^{45} = \ln 48 - \ln 3$$

$$k+3 \Rightarrow 4 = 161/2 = \ln k+3 - \ln 3 \Rightarrow \ln k+3 = 161/2 + \ln 3 = 12 \ln 3 = \ln(k+3) - \ln 3 \Big|_0^k = \ln k+3 \Rightarrow k=9$$