

## أتحقق من فهمي

### التكامل بالكسور الجزئية

عوامل المقام كثيرات حدود خطية مختلفة

أتحقق من فهمي صفحة (49):

أجد كلاً من التكاملين الآتيين:

$$(x-7x^2-x-6)dx \text{ (a)}$$

$$\begin{aligned} x-7x^2-x-6 &= x-7(x-3)(x+2) = Ax-3+Bx+2 \Rightarrow x-7 = A(x+2)+B(x-3) \\ &= 3 \Rightarrow A = -45 \quad x = -2 \Rightarrow B = 95 \\ \int x-7x^2-x-6 dx &= \int (-45x-3+95x+2) dx = - \\ & \frac{45}{2}x^2 - 3x + \frac{95}{2}x^2 + 2x + C \end{aligned}$$

$$(3x-1x^2-1)dx \text{ (b)}$$

$$\begin{aligned} 3x-1x^2-1 &= 3x-1(x-1)(x+1) = Ax-1+Bx+1 \Rightarrow 3x-1 = A(x+1)+B(x-1) \\ |x-1|+2|x=1| &\Rightarrow A=1 \quad x=-1 \Rightarrow B=2 \\ \int 3x-1x^2-1 dx &= \int (1x-1+2x+1) dx = \ln \\ & |x+1| + Cn \end{aligned}$$

عوامل المقام كثيرات حدود خطية، أحدها مكرر

أتحقق من فهمي صفحة (51):

أجد كلاً من التكاملين الآتيين:

$$(x+4(2x-1)(x-1)^2)dx \text{ (a)}$$

$$\begin{aligned} x+4(2x-1)(x-1)^2 &= A2x-1+Bx-1+C(x-1)^2 \Rightarrow x+4 = A(x-1)^2+B(2x- \\ & 1)(x-1)+C(2x-1) \\ x=12 &\Rightarrow A=18 \quad x=1 \Rightarrow C=5 \quad x=0 \Rightarrow 4=A+B-C \Rightarrow B=-9 \\ \int x+ & |2x-1|-9|4(2x-1)(x-1)^2 dx = \int (182x-1+-9x-1+5(x-1)^2) dx = 182 \ln \\ & |x-1|-5x-1+C|2x-1|-9 \ln|x-1|-5x-1+C=9 \ln n \end{aligned}$$

$$(x^2-2x-4x^3-4x^2+4x)dx \text{ (b)}$$

$$x^2 - 2x - 4 = Ax(x-2) + Bx + C(x-2)^2 \Rightarrow x^2 - 2x - 4 = Ax(x-2) + Bx + C(x-2)^2$$

$$x=2 \Rightarrow B = -2, x=0 \Rightarrow C = -1, x=1 \Rightarrow -5 = -A + B + C \Rightarrow A = 2$$

$$\int x^2 - 2x - 4 dx = \int (2x(x-2) - 2x - 1(x-2)^2) dx = 2 \ln|x-2| + 2x + 2 - \ln|x-2| + C$$

عوامل المقام كثيرات حدود، أحدها تربيعي غير قابل للتحليل، وغير مكرر

أتحقق من فهمي صفحة (52):

أجد كلاً من التكاملين الآتيين:

$$\int (3x+4)(x-3)(x^2+4) dx \quad (a)$$

$$3x+4 = A(x^2+4) + (Bx+C)(x-3)$$

$$x=3 \Rightarrow A = 1, x=0 \Rightarrow 4 = 4A - 3C \Rightarrow C = 0, x=1 \Rightarrow 7 = 5A - 2B - 2C \Rightarrow B = -1$$

$$\int \frac{3x+4}{(x-3)(x^2+4)} dx = \int \left( \frac{1}{x-3} - \frac{x}{x^2+4} \right) dx = \ln|x-3| - \frac{1}{2} \ln|x^2+4| + C$$

$$\int (7x^2 - x + 1)(x^3 + 1) dx \quad (b)$$

$$7x^2 - x + 1 = A(x^3 + 1) + (Bx + C)(x^2 - x + 1)$$

$$x = -1 \Rightarrow A = 3, x = 0 \Rightarrow 1 = A + C \Rightarrow C = -2, x = 1 \Rightarrow 7 = A + 2B + 2C \Rightarrow B = 4$$

$$\int (7x^2 - x + 1)(x^3 + 1) dx = \int (3x^3 + 1 + 4x^2 - 2x^2 - x + 1) dx = 3 \ln|x^3 + 1| + 2 \ln|x + 1| + 2x - \frac{1}{2} \ln|x^2 - x + 1| + C$$

درجة كثيرة الحدود في البسط مساوية لدرجة كثيرة الحدود في المقام، أو أكبر منها

أتحقق من فهمي صفحة (53):

أجد كلاً من التكاملين الآتيين:

$$\int (4x^3 - 52x^2 - x - 1) dx \quad (a)$$

$$\int (4x^3 - 52x^2 - x - 1) dx = \int (2x+1)(2x-1)(2x^2-x-1) dx = \int \frac{2x+1}{2x-1} dx = \int \frac{2x+1}{2x-1} dx = \int \left( 1 + \frac{2}{2x-1} \right) dx = x + \ln|2x-1| + C$$

$$-4(2x+1)(x-1)=A(2x+1)+B(x-1)\Rightarrow 3x-4=A(x-1)+B(2x+1)x=-12\Rightarrow A=113x=1\Rightarrow B=-13$$

$$\int 4x^3-52x^2-x-1dx = \int (2x+1+1132x+1+-13x-1|x-1|+C|2x+1|-13\ln)dx = x^2+x+116\ln$$

$$(x^2+x-1x^2-x)dx \text{ (b)}$$

$$(x^2-x)+Cx^2+x-1x^2-x)dx = \int (1+2x-1x^2-x)dx = x+\ln$$

### التكامل بالكسور الجزئية لتكاملات محدودة

أتحقق من فهمي صفحة (54):

أجد كل قيمة من التكاملين الآتيين:

$$(342x^3+x^2-2x-4x^2-4)dx \text{ (a)}$$

$$\int (342x^3+x^2-2x-4x^2-4)dx = \int 34(2x+1+6xx^2-4)dx = (x^2+x+3\ln|1255)=8+3\ln(12)-(12+3\ln(4))|34=(20+3\ln$$

$$(563x-10x^2-7x+12)dx \text{ (b)}$$

$$3x-10x^2-7x+12=3x-10(x-3)(x-4)=A(x-3)+B(x-4)\Rightarrow 3x-10=A(x-4)+B(x-3)x=3\Rightarrow A=1x=4\Rightarrow B=2$$

$$\int 563x-10x^2-7x+12dx = \int 56(1x-3+2x62=\ln(3)+\ln(1))=\ln(2)+2\ln(2)-(\ln(3)+2\ln(|x-4|))|56=\ln(|x-3|)+2\ln(-4)dx=(\ln$$

### التكامل بالكسور الجزئية، والتكامل بالتعويض

أتحقق من فهمي صفحة (57):

أجد كلاً من التكاملين الآتيين:

$$(x-1)dx \text{ (a)}$$

$$\int \tan^2 \sec^2 x dx$$

$$\int \sec^2 x \tan^2 x dx = \int \sec^2 x (u^2-1) du = \int (u^2-1) du = \frac{1}{3}u^3 - u + C = \frac{1}{3}\tan^3 x - \tan x + C$$

$$\int \frac{1}{x-1} dx = \int \frac{1}{u-1} du = \ln|u-1| + C = \ln|x-1| + C$$

$$\int \frac{1}{(x-1)(x+4)} dx \quad (b)$$

$$\begin{aligned} u = x-1 &\Rightarrow du = dx \\ \int \frac{1}{(x-1)(x+4)} dx &= \int \frac{1}{(u)(u+5)} du \\ \frac{1}{u(u+5)} &= \frac{A}{u} + \frac{B}{u+5} \\ 1 &= A(u+5) + B(u) \\ 1 &= Au + 5A + Bu \\ 1 &= (A+B)u + 5A \end{aligned}$$