

## أتحقق من فهمي

### التكامل بالكسور الجزئية

عوامل المقام كثيرات حدود خطية مختلفة

أتحقق من فهمي صفحة (49):

أجد كلاً من التكاملين الآتيين:

$$(x-7x^2-x-6)dx \text{ (a)}$$

$$\begin{aligned} x-7x^2-x-6 &= x-7(x-3)(x+2) = Ax-3+Bx+2 \Rightarrow x-7 = A(x+2)+B(x-3) \\ &= 3 \Rightarrow A = -45 \quad x = -2 \Rightarrow B = 95 \\ \int x-7x^2-x-6 dx &= \int (-45x-3+95x+2) dx = - \\ & \frac{45}{2}|x+2| + C|x-3| + 95 \ln|x+2| + C \end{aligned}$$

$$(3x-1x^2-1)dx \text{ (b)}$$

$$\begin{aligned} 3x-1x^2-1 &= 3x-1(x-1)(x+1) = Ax-1+Bx+1 \Rightarrow 3x-1 = A(x+1)+B(x-1) \\ |x-1|+2|x+1| &= 1 \Rightarrow A = 1 \quad x = -1 \Rightarrow B = 2 \\ \int 3x-1x^2-1 dx &= \int (1x-1+2x+1) dx = \ln \\ & |x+1| + C \end{aligned}$$

عوامل المقام كثيرات حدود خطية، أحدها مكرر

أتحقق من فهمي صفحة (51):

أجد كلاً من التكاملين الآتيين:

$$(x+4)(2x-1)(x-1)^2 dx \text{ (a)}$$

$$\begin{aligned} x+4(2x-1)(x-1)^2 &= A2x-1+Bx-1+C(x-1)^2 \Rightarrow x+4 = A(x-1)^2 + B(2x- \\ & 1)(x-1) + C(2x-1) \\ x=12 \Rightarrow A=18 \quad x=1 \Rightarrow C=5 \quad x=0 \Rightarrow 4=A+B-C \Rightarrow B=-9 \\ \int x+ & |2x-1|-9|4(2x-1)(x-1)^2 dx = \int (182x-1+-9x-1+5(x-1)^2) dx = 182 \ln \\ & |x-1|-5x-1+C|2x-1|-9 \ln|x-1|-5x-1+C = 9 \ln \end{aligned}$$

$$(x^2-2x-4x^3-4x^2+4x)dx \text{ (b)}$$

$$x^2 - 2x - 4 = Ax(x-2) + Bx + C(x-2)^2 \Rightarrow x^2 - 2x - 4 = Ax(x-2) + Bx + C(x-2)^2$$

$$x=2 \Rightarrow B = -2, x=0 \Rightarrow C = -1, x=1 \Rightarrow -5 = -A + B + C \Rightarrow A = 2$$

$$\int x^2 - 2x - 4 dx = \int (2x - 2 + -2(x-2)^2 + -1x) dx = 2|x| + C|x-2| + 2x + 2 - \ln|x-2|$$

عوامل المقام كثيرات حدود، أحدها تربيعي غير قابل للتحليل، وغير مكرر

أتحقق من فهمي صفحة (52):

أجد كلاً من التكاملين الآتيين:

$$\int (3x+4)(x-3)(x^2+4) dx \quad (a)$$

$$3x+4 = A(x^2+4) + (Bx+C)(x-3)$$

$$x=3 \Rightarrow A = 1, x=0 \Rightarrow 4 = 4A - 3C \Rightarrow C = 0, x=1 \Rightarrow 7 = 5A - 2B - 2C \Rightarrow B = -1$$

$$\int \frac{3x+4}{(x-3)(x^2+4)} dx = \int \left( \frac{1}{x-3} - \frac{x}{x^2+4} \right) dx = \ln|x-3| - \frac{1}{2} \ln|x^2+4| + C$$

$$\int (7x^2 - x + 1)(x^3 + 1) dx \quad (b)$$

$$7x^2 - x + 1 = A(x^3 + 1) + (Bx + C)(x^2 - x + 1)$$

$$x = -1 \Rightarrow A = 3, x = 0 \Rightarrow 1 = A + C \Rightarrow C = -2, x = 1 \Rightarrow 7 = A + 2B + 2C \Rightarrow B = 4$$

$$\int (7x^2 - x + 1)(x^3 + 1) dx = \int (3x^3 + 1 + 4x^2 - 2x^2 - x + 1) dx = 3 \ln|x^3 + 1| + C$$

درجة كثيرة الحدود في البسط مساوية لدرجة كثيرة الحدود في المقام، أو أكبر منها

أتحقق من فهمي صفحة (53):

أجد كلاً من التكاملين الآتيين:

$$\int (4x^3 - 52x^2 - x - 1) dx \quad (a)$$

$$\int (4x^3 - 52x^2 - x - 1) dx = \int (2x+1 + 3x-4)(2x^2-x-1) dx = \int (3x^3 - 42x^2 - x - 1) dx = 3 \ln|x^3 - 42x^2 - x - 1| + C$$

$$-4(2x+1)(x-1)=A2x+1+Bx-1 \Rightarrow 3x-4=A(x-1)+B(2x+1)x=-12 \Rightarrow A=113x=1 \Rightarrow B=-13 \int 4x^3-52x^2-x-1 dx = \int (2x+1+1132x+1+-13x-1|x-1|+C|2x+1|-13\ln) dx = x^2+x+116\ln$$

$$(x^2+x-1x^2-x dx) (b) \int$$

$$|x^2-x|+Cx^2+x-1x^2-x dx = \int (1+2x-1x^2-x) dx = x + \ln \int$$

### التكامل بالكسور الجزئية لتكاملات محدودة

أتحقق من فهمي صفحة (54):

أجد كل قيمة من التكاملين الآتيين:

$$(342x^3+x^2-2x-4x^2-4 dx) (a) \int$$

$$|x^2-342x^3+x^2-2x-4x^2-4 dx = \int 34(2x+1+6xx^2-4) dx = (x^2+x+3\ln \int 1255) = 8+3\ln 12) - (12+3\ln 4)|34 = (20+3\ln$$

$$(563x-10x^2-7x+12 dx) (b) \int$$

$$3x-10x^2-7x+12=3x-10(x-3)(x-4)=Ax-3+Bx-4 \Rightarrow 3x-10=A(x-4)+B(x-3)x=3 \Rightarrow A=1x=4 \Rightarrow B=2 \int 563x-10x^2-7x+12 dx = \int 56(1x-3+2x62=\ln 3+\ln 1)=\ln 2+2\ln 2-(\ln 3+2\ln|x-4|)|56=\ln|x-3|+2\ln|x-4| dx = (\ln$$

### التكامل بالكسور الجزئية، والتكامل بالتعويض

أتحقق من فهمي صفحة (57):

أجد كلاً من التكاملين الآتيين:

$$(x-1 dx) (a) \int \tan^2 \sec^2 \int$$

$$xu^2-x-1 dx = \int \sec^2 x \tan^2 x \int \sec^2 x \Rightarrow dx = du \sec^2 x \Rightarrow du dx = \sec^2 u = \tan x = \int 1u^2-1 du 1u^2-1 = 1(u-1)(u+1) = Au-1+Bu+1 \Rightarrow 1 = A(u+1) du \sec^2$$

$$\int \frac{1}{(x-1)^2} dx = \int \frac{1}{(u-1)^2} du = \int (12u-1 + -12u+1) du = \int \sec^2|u+1| + C = 12 \ln|u-1| - 12 \ln u = 12 \ln|x+1| + Cx - 1 \tan|\tan 12 \ln$$

$$\int \frac{1}{(ex-1)(ex+4)} dx \quad (b)$$

$$u = ex \Rightarrow du = ex dx \Rightarrow dx = \frac{du}{ex} \Rightarrow \int \frac{1}{(ex-1)(ex+4)} dx = \int \frac{1}{(u-1)(u+4)} \frac{du}{u} = \int \frac{1}{(u-1)(u+4)} du = \frac{A}{u-1} + \frac{B}{u+4} \Rightarrow 1 = A(u+4) + B(u-1) + u = 1 \Rightarrow A = 15, u = -4 \Rightarrow B = -15 \Rightarrow \int \frac{1}{(u-1)(u+4)} du = \int \frac{15}{u-1} - \frac{15}{u+4} du = 15 \ln|u-1| - 15 \ln|u+4| + C = 15 \ln|ex-1| - 15 \ln|ex+4| + C$$