أتحقق من فهمي

التكامل بالأجزاء

التكامل بالأجزاء

أتحقق من فهمي صفحة (63):

أجد كلاً من التكاملات الآتية:

(xdx (axsin∫

xdx=−xcosx−∫−cosxdx=−xcosx∫xsinxdxdu=dxv=−cosu=xdv=sin x+Cx+sin

(xdx (bx2ln∫

x−∫13x2dx=13x3lxdx=13x3lnxdv=x2dxdu=1xdxv=13x3∫x2lnu=ln x−19x3+Cn

(2x7−3xdx (c∫

ملاحظة: يمكن حل هذه المسألة بطريقة التعويض u=7−3x أو u=7−3x

وتالياً حلها بالأجزاء:

u=xdv=(7−3x)12dxdu=dxv=−29(7−3x)32∫x7−3xdx=−29x(7−3x)32−∫−29(7−3x)32dx=−29x(7−3x)32−4135(7−3x)52+C

(3xe4xdx (d∫

u=3xdv=e4xdxdu=3dxv=14e4x∫3xe4xdx=34xe4x−∫34e4xdx=34xe4x−316e4x+C

تكرار التكامل بالأجزاء

أتحقق من فهمي صفحة (64):

أجد كلاً من التكاملين الآتيين:

(xdx (ax2sin∫

xdxx−∫−2xcosxdx=−x2cosx∫x2sinxdxdu=2xdxv=−cosu=x2dv=sin x∫x2sxdxdu=2dxv=sinxdxu=2xdv=cosx+∫2xcosxdx=−x2cos∫x2sin x+Cx+2cosx+2xsinxdx=−x2cosx−∫2sinx+2xsinxdx=−x2cosin

(x3e4xdx (b∫

u=x3dv=e4xdxdu=3x2dxv=14e4x∫x3e4xdx=14x3e4x−∫34x2e4xd xu=34x2dv=e4xdxdu=32xdxv=14e4x∫x3e4xdx=14x3e4x−316x2e 4x+∫38xe4xdxu=38xdv=e4xdxdu=38dxv=14e4x∫x3e4xdx=14x3e 4x−316x2e4x+332xe4x−∫332e4xdx=14x3e4x−316x2e4x+332xe4 x−3128e4x+C

التكاملات الدورية

أتحقق من فهمي صفحة (66):

أجد كلاً من التكاملين الآتيين:

(xexdx (asin∫

xexdxv=−e−x∫sinxdv=e−xdxdu=cosxe−xdxu=sinxexdx=∫sinsin∫ xdxe−x+∫e−xcosxe−xdx=−sinxdx∫sinxe−x−∫−e−xcos−xdx=−sin xe−x+e−xe−xdx=−sinxdxv=−e−x∫sinxdv=e−xdxdu=−sinxu=cos xe−xdxx)+C∫sinx+cosxe−xdx=e−x(−sinxdx⇒2∫sinx−∫e−xsinxcos x)+Cx+cos=13e−x(−sin

(xdx (bsec3∫

x−∫sextanxdx=secx∫sec3xdxv=tanxtanxdxdu=secxdv=sec2u=sec xdx+∫sex−∫sec3xtanx−1)dx=secx(sec2x−∫secxtanxdx=secxtan2c x)sex+tanx(secx+∫secxtanxdx=secx+∫secxtanxdx=secxdx2∫sec3c x+lnxtanxdx=secx+tanxsecxtanx+secx+∫sec2xtanxdx=secx+tanc x|)+Cx+tan|secx+lnxtanxdx=12(secx|∫sec3x+tan|sec

---

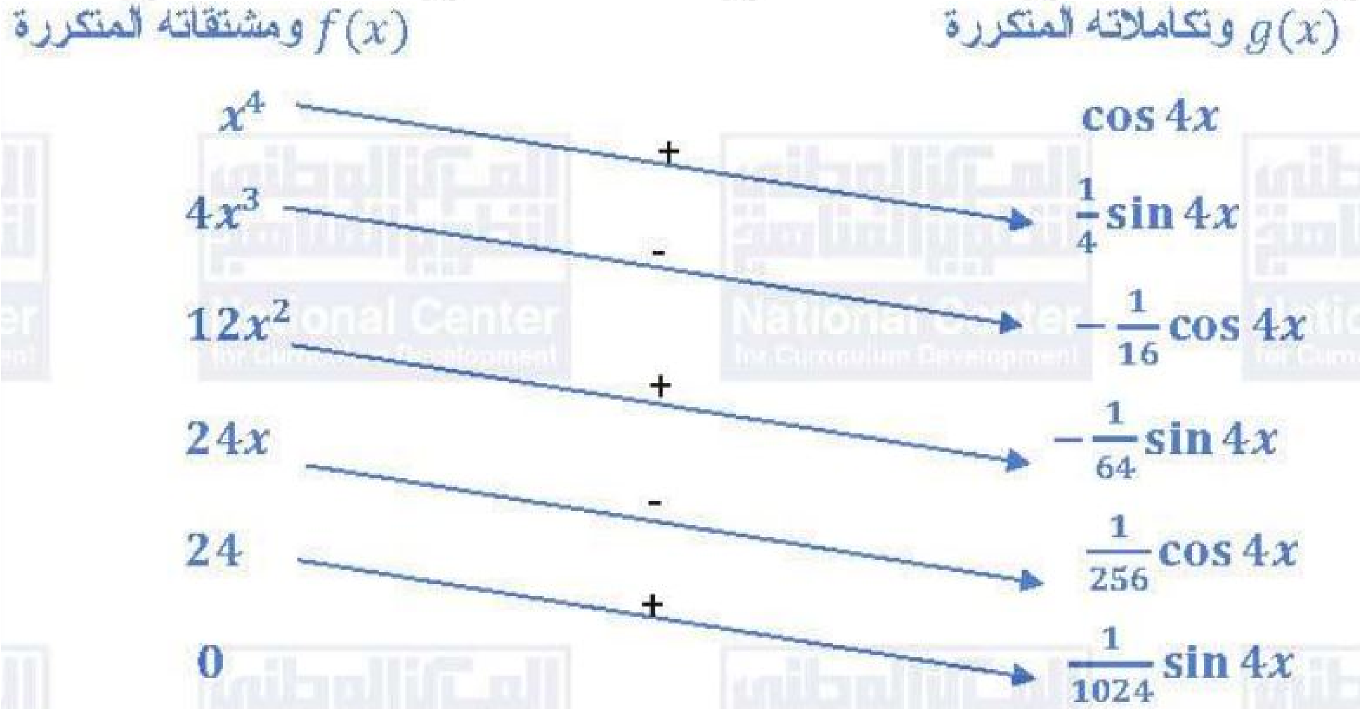
تكرار التكامل بالأجزاء باستعمال طريقة الجدول

أتحقق من فهمي صفحة (67):

أجد كلاً من التكاملين الآتيين:

(4xdx (ax4cos∫

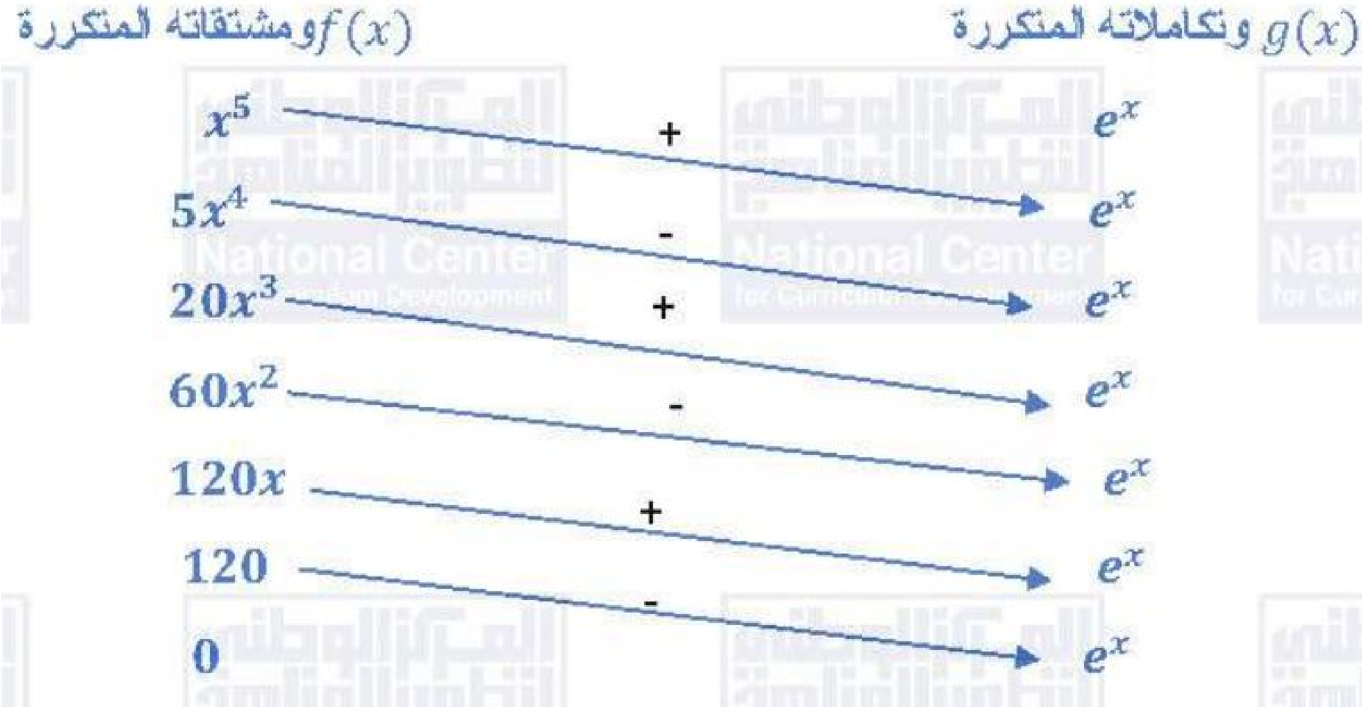
نفرض أن: 4xf(x)=x4,g(x)=cos، استخدم طريقة الجدول للتكامل بالأجزاء:



4x+3124x−332xcos4x−316x2sin4x+14x3cos4xdx=14x4sinx4cos∫ 4x+C8sin

(x5exdx (b∫

نفرض أن: f(x)=x5,g(x)=ex، استخدم طريقة الجدول للتكامل بالأجزاء:



x5exdx=ex(x5−5x4+20x3−60x2+120x−120)+C∫

أتحقق من فهمي صفحة (68):

التكلفة الحدية: يمثل الاقتران: C′(x)=(0.1x+1)e0.03x التكلفة الحدية لكل قطعة (بالدينار) تنتج في إحدى الشركات، حيث x عدد القطع المنتجة، وC(x) تكلفة إنتاج x قطعة بالدينار. أجد اقتران التكلفة C(x)، علماً بأن C(10)=200.

C(x)=∫(0.1x+1)e0.03xdxu=0.1x+1dv=e0.03xdxdu=0.1dxv=10.03e0.03x∫(0.1x+1)e0.03xdx=(0.1x+1)(10.03e0.03x)−∫0.10.03e0.03xdx=103(x+10)e0.03x−10009e0.03x+CC(10)=2003e0.3−10009e0.3+C=200⇒C≈260⇒C(x)=103e0.03x(x−703)+260

التكامل بالأجزاء لتكاملات محدودة

أتحقق من فهمي صفحة (70):

أجد كلاً من التكاملين الآتيين:

(xx2dx (a1eln∫

xx|1e+∫1ex−2dx=xx2dx=−lnxdv=x−2dxdu=1xdxv=−1x∫1elnu=ln
xx|1e+(−1x)|1e=−1e−1e+1=1−2e−ln

(01xe−2xdx (b∫

u=xdv=e−2xdxdu=dxv=−12e−2x∫01xe−2xdx=−12xe−2x|01+∫01
12e−2xdx=−12xe−2x|01+−14e−2x|01=−e−22−e−24+14=14−3
4e2

التكامل بالأجزاء، والتكامل بالتعويض

أتحقق من فهمي صفحة (71):

أجد قيمة كل من التكاملين الآتيين:

(x2dx (ax3+x5)sin)∫

x2dxx2dx+∫x5sinx2dx=∫x3sinx3+x5)sin)∫

نجد كل تكامل على حدة. فنجد التكامل الأيسر كما يأتي:

ydy=ydy2x=12∫x2sinx2dx=∫x3siny=x2⇒dydx=2x⇒dx=dy2x∫x3sin
ydyy−∫−cosydy=−ycosy∫ysinydu=dyv=−cosydyu=ydv=sin12∫ysin
x2+Cx2+12sinx2dx=−12x2cos∫x3sin

ونجد التكامل الأيمن كما يأتي:

ydydyu=y2dv=sinydy=12∫y2sinydy2x=12∫x4sinx2dx=∫x5sinx5sin∫
y+2ysinydy=−y2cosy−∫−2ycosydy=−y2cosy∫y2sinu=2ydyv=−cos
x2+x2sx2dx=−12x4cosy∫x5siny+2cosy+2ysinydy=−y2cosy−2∫sin
x2x2−12x4cosx2+12sinx2dx=−12x2cosx2+C∫(x3+x5)sinx2+cosin
x2+Cx2+cos+x2sin

(x5ex2dx (b∫

y=x2⇒dydx=2x⇒dx=dy2x∫x5ex2dx=∫x5eydy2x=∫12x4eydy

=12∫y2eydyu=y2dv=eydydu=2ydyv=ey∫y2eydy=y2ey−∫2yeydy=y2ey−2yey+∫2eydy=y2ey−2yey+2ey=(y2−2y+2)ey∫x5ex2dx=(12x4−x2+1)ex2+C