مهارات التفكير العليا

التكامل بالأجزاء

(37) تبرير: أثبت أن: ∫6−215722xdx=9ln1/23x2ln.

2x|123−∫122xdx=13x3ln2xdv=x2dxdu=1xdxv=13x3∫123x2lnu=ln
6−215726−3+172=9ln2x|123−19x3|123=9ln313x2dx=13x3ln

(38) تبرير: أثبت أن: ∫3xdx=π−2165xsin0π/4xsin.

2x−116sin8x)dxdu=dxv=14sin2x−cos3xdx=12(cos5xsinu=xdv=sin
2x−118x)|0π4−∫0π4(14sin2x−116sin3xdx=x(14sin5xsin8x∫0π4xsin
8x)|0π42x+1128cos8x)|0π4−(−18cos2x−116sin8x)dx=x(14sin6sin
=π4(14)+0−1128−18+1128=π−216

(39) تبرير: إذا كان: ∫0axex/2dx=6، فأثبت أن a يحقق المعادلة: x=2+e−x/2.

u=xdv=e12¯xdxdu=dxv=2e12x∫0axe122xdx=2xe122|0a−∫0a2e12
xdx=2xe12x|0a−4e12x|0a=2ae1za−4e12a+4⇒2ae12a−4e12a+4=
62αe12¯a=4e12¯a+2

بقسمة طرفي المعادلة على 2e12a نحصل على:

a=2+e−12a

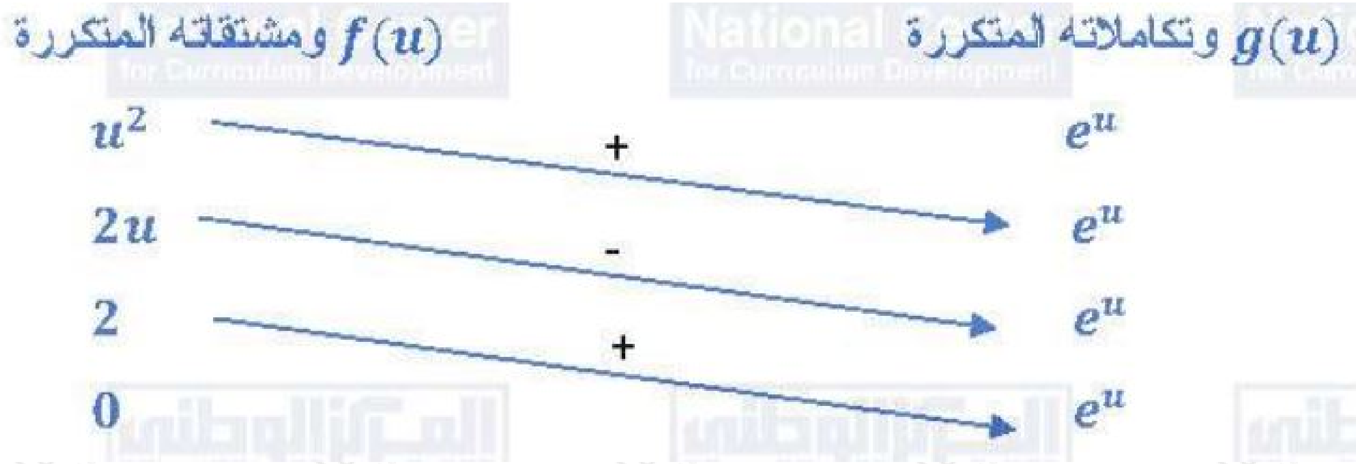
لذا فإن a يحقق المعادلة x=2+e−x2

(40) تبرير: أجد: ∫(lnx)2dx بطريقتين مختلفتين، مبرراً إجابتي.

الطريقة الأولى بالتعويض:

x)2dx=∫u2xdu=∫u2eudux⇒dudx=1x⇒dx=xdu,x=eu∫(lnu=ln

بالأجزاء مرتين، نستخدم الجدول:

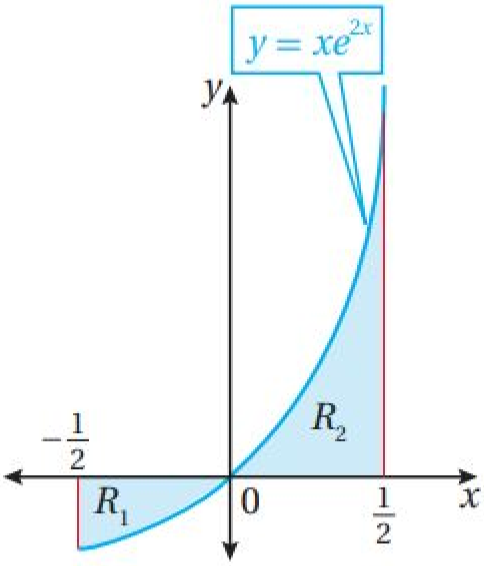


x+2)+C=x((lnx)2−2lnx((lnx)2dx=elnu2eudu=eu(u2−2u+2)+C∫(ln∫
x+2)+Cx)2−2ln

الطريقة الثانية: بالأجزاء مباشرة:

xdvxdxu=2lnx)2−∫2lnx)2dx=x(lnxxdxv=x∫(lnx)2dv=dxdu=2lnu=(ln
x+2x)2−2xlnx+∫2dx=x(lnx)2−2xlnx)2dx=x(ln=dxdu=2xdxv=x∫(ln
x+C

تبرير: إذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران: y=xe2x حيث: −12≥12≤x، فأجيب عن السؤالين الآتيين تباعاً:



(41) أجد مساحة كل من المنطقة R1، والمنطقة R2.

A1=−∫−120xe2xdx,A2=∫012xe2xdx

نجد التكامل غير المحدود ∫xe2xdx بالأجزاء:

u=xdv=e2xdxdu=dxv=12e2x∫∫xe2xdx=12xe2x−∫12e2xdx=12xe2 x−14e2x+C=14e2x(2x−1)+C⇒A(R1)=−14e2x(2x−1)|120=14−12e=e−24eA(R2)=14e2x(2x−1)|012=0+14=14

(42) أثبت أن مساحة المنطقة R1 إلى مساحة المنطقة R2 تساوي (e−2):e.

A(R1)A(R2)=e−24e14=e−2eA(R1):A(R12)=(e−2):e

تحد: استعمل التكامل بالأجزاء لإثبات كل مما يأتي، حيث: n عدد صحيح موجب، وa≠0:

(x)+C (43xdx=xn+1(n+1)2(−1+(n+1)lnxnln∫

xn+1−∫1n+xdx=xn+1lnxdv=xndxdu=1xdxv=1n+1xn+1∫xnlnu=lnx)xn+1−1(n+1)2xn+1+C=xn+1(n+1)2(−1+(n+1)ln1xndx=xn+1ln+C

(xneaxdx=xneaxa−na∫xn−1eaxdx (44∫

u=xndv=eaxdxdu=nxn−1dxv=1aeax∫xneaxdx=1axneax−na∫xn−1eaxdx